

## 研究生精品课程简介

课程名称: 近代数学基础    课程代码: 1700004    年均选课人数: 150

开课学院: 数学与统计学院    授课教师: 蒋立宁

项目	内容
教师 风范	<p>蒋立宁教授积极投入科研工作，先后给出量子场代数的内部对称结构，<math>C^*</math>量子群的表示和对偶理论，非交换 Orlicz 空间的结构、Hopf 旋模型场代数的结构等理论成果，在中国科学、Proc. AMS、Jour. Math. Phys.、JMAA 等期刊发表 10 多篇高水平学术论文，担任教育部学科点、国家自然科学基金委、博士后基金委等的评审专家。</p> <p>课堂教学中，注重立德树人，准确把握数学学科特点，以教学质量为根本，先后给本科生和研究生主讲《实变函数》、《泛函分析（本硕博一体化）》、《近代数学基础》等专业基础课和选修课，教学效果优异，获我校 T-more 课堂教学一等奖。</p>
课程 思政	<p>在课堂教学中，秉承“学术为基、育人为本”的理念，紧紧抓住课堂教学主阵地，按照教学大纲，以现代数学的起源和发展为脉络，正面引导学生进行“系统化的知识学习”，落实习近平总书记北大讲话要求“求真学问”、“不能满足于碎片化的信息、快餐化的知识”；以“欧氏几何”和“九章算术”为例，通过比较中西方文明发展的不同脉络，说明逻辑思维的重要性，引导学生重视数理基础、提升创新能力；以数学文化为视角，阐述数学文化所特有的科学、人文方面的教育价值，深刻挖掘数学美，如简洁美、和谐美、对称美、严谨美、奇异美等，充分发挥数学的美育功能；通过介绍我国科学家和数学家，如陈省身、陈景润等的成就，使学生产生文化自豪感，树立民族自信和文化自信，同时帮助学生树立正确的世界观、人生观、价值观，在纷繁复杂的环境下，抵制种种诱惑、潜心科学研究；通过中外著名的科学家、数学家，如 Cantor, Galois 在逆境中成长经历，帮助学生树立远大目标、勇于攻坚克难。</p>
前沿 知识	<p>(将最新科研成果或生产实践/社会实践案例的作为教学内容的情况，500 字)</p> <p>课程负责人在充分调研的基础上，将近现代数学的思想、方法、观点和结论深入地渗透进自然科学的众多理论分支。</p> <p>第一，紧密围绕“结构论”和“表示论”，开展数学公共课教学。法国布尔巴基学派是现代数学重要的流派，他们以集合论为出发点，系统运用 Hilbert 公理化思想，提出用结构的观点统观数学。在理论学习部分，以“结构论”为主线，重点介绍代数结构、拓扑结构、序结构和测度结构，将“结构论”和“表示论”的思想和方法融入到课堂教学中，帮助学生从最基本上把握住相关数学概念的内在本质。</p> <p>例如，代数结构主要研究代数系统的性质与结构，强调理论知识的系统化，很少出现具体的数字或公式化的计算过程。但是，布尔代数在电子技术上的应用就是数字电路，数字电路的结构通常都可以化简为布尔代数的表达式。在课堂教学基础上，</p>

引导学生课后学习布尔代数及其应用。

第二，注重理工融合，关注工科等学科对数学应用的最新需求。针对工科学生对数学学习的共同需求，以及他们各自学科发展的差异，在“纯粹”的数学基础上，为差异化的工科学生学习和研究的需求增加应用案例，并为工科应用预留接口。

例如，考虑到基于实际市场变化将金融市场进行概率分配是数学融资中所关注的概率测度的例子，作为知识拓展，布置学生课后自学概率测度在物理学，财务和生物学领域的具体应用。再例如，在讲授 Hilbert 空间的时候，为物理学院的学生预留接口——量子力学的理论体系，为信息学院的学生预留接口——图像处理的数学理论基础等。

上述知识体系体现在课堂教学的每一章中，保障了课程内容的理论性和前沿性；同时，通过拓展研究生的课堂研讨、课后自学，锻炼了学生的科研能力和自学能力。

创新思维

(如创新性、批判性、颠覆性思维的培养过程，1000字)

课程旨在培养学生的逻辑思维能力和理论联系实际、应用抽象数学理论分析、解决工科具体问题的能力。

近现代数学的思想、方法、观点和结论正在深入地渗透进自然科学和社会科学的众多理论分支，重要原因在于各门学科越来越定量化，越来越需要数学来表达其定量和定性的规律，并且运用数学的方法和成就来加速自身的发展。因此，就研究生数学教育而言，必须要求工科研究生，特别的工科博士生，接触近、现代数学，掌握和熟悉数学在不同发展阶段的思想、观点和方法，使他们具备较高的抽象思维能力和逻辑推理能力，切实具备从事基础研究和参与重大科研项目的能力。

基于上述人才培养理念，在实际教学工作中，立足于我校办学实际，对标北京大学和北京航空航天大学博士研究生的《近代数学基础》课程建设，紧密围绕“重基础、宽口径”和“重概念，轻技巧”的教学思想，完善现代数学基础的教学模式，以“数学结构”和“表示论”为主线，积极实施课堂教学改革。团队成员多次和北京大学郭懋正教授、华北电力大学李忠艳教授等等兄弟院校同行进行研讨，还和美国中佛罗里达大学韩德广教授数学在小波分析、图像处理中的应用多次进行研讨，这有助于我们有效学习国内外一流大学的先进经验，引进国内外先进教学理念。团队在《近代数学基础》的教学过程中，结合自身的研究成果（如泛函分析及其应用、控制论等），启发学生进行探究性学习、研究性学习。同时，根据课程教学内容和工科研究生特点和学习现状，合理设计教学方法、教学手段和考核方式，从而解决了在高度抽象的工科研究生数学基础课教学中存在的学习困难的问题。

1) 由于数学课程的高度抽象性，在有限的在课堂教学中，花费大量的时间来给同学讲解抽象的概念，并对抽象的定理进行繁琐的逻辑推理和演算，这致使工科研究生对这门课程望而生畏，直接造成教学效果不佳，进而影响研究生培养质量。在

	<p>教学实践中，以法国布尔巴基学派的“结构论”为主线，将“结构论”和“表示论”的思想和方法融入到课堂教学中，帮助学生从最基本上把握住相关数学概念的内在本质。实践表明，以结构论为导引，能够切实在高度抽象的数学课中化繁为简，进而提升工科博士生的抽象逻辑思维能力。</p> <p>2) 注重理工交叉融合，提升理科服务工科意识和能力。以“1+N”教育理念为指引，在研究生数学基础课上实施教学改革，大力提升工科博士研究生的数理基础和应用数学能力。针对工科学生对数学学习的共同需求，以及他们各自学科发展的差异和对数学需求的差异，在课程教学中讲授“纯粹”的数学，并为差异化的工科博士研究生学习和研究的需求增加应用案例，同时为工科应用预留接口。经过长期教学实践，团队逐渐就工科研究生的数学基础课教学形成了“1+N”的教学理念，并将之付诸实践。上述做法能够提升学生的学习兴趣，解决了“抽象的、枯燥数学理论”和“现代数学在工科的具体应用”脱节之间的矛盾，进而锻炼了学生理论联系实际、应用抽象数学理论分析、解决工科具体问题的能力。</p> <p>上述能力的培养充分体现了现代教育思想，符合科学性、先进性和教育教学的规律，同时也为优秀拔尖创新人才的成长提供了基础。</p>
学习效果	<p>(典型的学习效果，800字。此项属于选择项。)</p> <p>课程旨在培养学生的逻辑思维能力，和应用抽象数学理论分析问题、解决问题的能力。由于课程特点，该课程对学生的能力培养将是长期的过程。下面摘抄2018年选修本门课程的3位博士研究生的学习总结。</p> <p>同学一 (学号 3120185519):</p> <p>现代数学是一套完整的公理化体系结构，在现代数学发展过程中，许多定理定义由于不具有良好的性质而产生自相矛盾的结果。单从这一点来看，我们在科研工作中要本着求真的态度，对一些成果需进行验证，不能盲目相信。第二，数学中的定义定理处处体现着思维的严谨性，叙述简洁干练，这对于我们在写论文的过程中对问题的描述有很大的启发。如何简单清晰的撰写论文是体现作者严谨的关键。第三，在学习现代数学的过程中，对于很多的知识，在难以理解的情况下，自己动手写一个例子来演算一遍，有助于更好的理解。</p> <p>我的专业是计算机科学与技术，主要研究社交网络分析。在读别人的论文时候，常有算法流程不太懂。其实，最好的方法就是假设一个社交网络拓扑图，一步步演算，这有助于消化别人的算法，进一步分析其利弊。对于现代数学基础知识，我认为拓扑空间与距离空间对我来说受益匪浅，这在我的研究方向上有很高的契合度。</p> <p>同学二 (学号 2120170526) 关于思维方式和提升</p> <p>1) 转化思维，既是一种方法，也是一种思维。在求解图像偏振信息的四个 Stokes 参量时，这是无法准确获得后三个 Stokes 参量。经过对系数矩阵求逆，发现逆矩阵</p>

	<p>后三行的系数极小，将随机选取参数转化为优化选取参数，使得逆矩阵满足满秩等要求。</p> <p>2) 类比思维，通过比较发现共性，找到其本质，从而解决问题。在偏振高光谱压缩感知成像中，系统的感知矩阵由三部分构成。长时间内前两部分采用克罗内积，而第三部分使用矩阵扩充，发现结果并不理想，直到思考前两者之间的关系和处理结果，结合第三部分的预期目标，类比使用克罗内积成功解决问题。</p> <p>同学三（学号 3120185518）：</p> <p>我现在的专业是做压缩感知重构，其中用到 <math>L_0</math> 范数保稀疏性，用 N-Pickard 求解。</p> <p>现代数学与其他各学科联系密切，如我在 1 中所述。对于计算机学科的博士研究生，更需要在学习和科研中勤于思考，找到问题对应的数学方法。这是一个机器学习和人工智能的时代，他们和线性代数、概率论、测度空间、度量、拓扑空间有着不可分割的联系，学好现代数学对于学好专业知识也是重要的一环。</p>
学院意见	<p>（内容真实性、是否同意校园网展示等。）</p> <p style="text-align: right;">学院领导： _____ 年 月 日</p>

识别下方二维码可参与课程的互动评价：



对研究生课程建设任何意见建议，请联系研究生院培养办公室：mayc@bit.edu.cn