

考虑太阳摄动的小行星附近轨道动力学

倪彦硕, 宝音贺西, 李俊峰
(清华大学 航天航空学院, 北京 100084)

摘要: 本文研究了艳后星(216 Kleopatra)和爱神星(433 Eros)附近的周期轨道,在考虑太阳引力摄动的情况下,发现了以往所遗漏的216 Kleopatra轨道族和环绕433 Eros的12族周期轨道,并且给出了它们的特性。研究结果表明,太阳引力对小行星平衡点位置的影响很小,但是对平衡点上航天器运动的影响较大。同族不稳定轨道中,大Jacobi常数轨道更容易在摄动后保持轨道原来特性,这很好地解释了小行星卫星在较远轨道上长期存在的可能性。

关键词: 小行星; 周期轨道; 艳后星; 爱神星

中图分类号: V448.22

文献标识码: A

文章编号: 2095-7777(2014)01-0067-08

Orbit Dynamics in the Vicinity of Asteroids with Solar Perturbation

NI Yanshuo, BAoyin Hexi, LI Junfeng

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Orbital dynamics with solar gravity perturbation in the vicinity of the irregular asteroids is studied in this paper. The motions in the gravity fields of 216 Kleopatra and 433 Eros, and the periodic orbits around the asteroids with perturbation of solar gravitation are analyzed to find a new family of periodic orbits of 216 Kleopatra. It is also found that there are 12 families of periodic orbits as well as a bounded non-periodic orbit around 433 Eros, and their topology and stability are studied in some details. The results show that solar gravitation has little effects on the positions of asteroids equilibria in the body-fixed frame while has greater effects on the motions of a spacecraft on the equilibria. The solar gravitation is not strong enough to increase or decrease the families of periodic orbits, nor is it able to change the stabilities of periodic orbits. It is easier for orbits with larger Jacobi constant to keep their periodic characteristics under the solar perturbation that gave a new thread to explain why asteroids can have some satellites in far distance for a long time.

Key words: asteroid; periodic orbits; 216 Kleopatra; 433 Eros

0 引言

近十几年来,世界各国提出和实施了若干次有关小行星的探测任务。伴随着任务的实施,不规则引力场中的轨道理论研究取得了长足的进展。Zhuravlev利用椭球模型分析了平衡点的稳定性,给出了三维椭球参数空间中的稳定与不稳定区域^[1-2]。Scheeres根据平衡点的稳定性,对椭球进行了分类,并计算了4 Vesta和433 Eros的赤道平面周期轨道^[3]。MacMillan、Kaula和Heiskanen等发展

的球谐函数展开法是处理任意引力场问题的经典方法^[4-6],其缺点是球谐级数展开是基于有限阶级数的近似,当引力场接近模型的收敛半径时截断误差会增加,需要增加额外的项以保证精度。在中心天体的外接球内级数甚至不能保证收敛,一个微小的质量分布变化就有可能导致原本收敛的级数变为发散^[7]。因此,这种方法适用于理论分析,在数值仿真中会有较大的误差。由Werner提出的多面体引力场方法则弥补了这一缺点,可以精确地描述不规则小行星附近的引力场^[8]。Yu等提出的分层网格

搜索法为求解不规则小行星三维周期轨道族提供了一种系统的全局手段^[9]。他们还利用多面体方法研究了 216 Kleopatra 的平衡点稳定性,在不考虑太阳摄动情况下,它的 4 个平衡点均为非双曲型不稳定平衡点^[9-12]。同时利用 Floquet 定理判断了周期轨道族的稳定性,并对轨道族的流形进行了分类^[9]。Jiang 等研究了对旋转小行星平衡点附近的轨道和流形的拓扑分类^[10]。尽管 Hamilton 等的计算表明 216 Kleopatra 的希尔球半径为 2.89×10^4 km^[13],远超过了我们所关心的范围,但是在这个范围内对于航天器来说,太阳引力依然是最大的摄动力。因此,太阳引力对于平衡点和已知 29 族周期轨道的影响依然是我们所感兴趣的问题。Ostro 等将 216 Kleopatra 的雷达观测结果生成了多面体模型^[14],Descamps 等给出了其物理参数^[15]。Gaskell 将 Shoemakers 号对 Eros 的雷达观测结果也生成了多面体模型^[16],Yeomans 等给出了其物理参数^[17]。本文利用分层网格搜索法发现了 12 族环绕 433 Eros 的周期轨道,在此过程中还找到了一条有界非周期轨道,并得出了太阳摄动对小行星附近轨道影响的新结论。

1 对太阳摄动的理论分析和数值对比

本文用到两个坐标系,分别是 J2000.0 日心黄道坐标系和小行星随体坐标系,其 \tilde{x} 、 \tilde{y} 、 \tilde{z} 三轴分别为小行星三个主惯性轴。设太阳质量为 M_1 , \mathbf{r}_2 和 \mathbf{r}_3 是小行星和航天器在 J2000.0 日心黄道坐标系中的位置矢量, $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2$ 是航天器在小行星随体坐标系中的位置矢量, $\boldsymbol{\omega}_2$ 为小行星自转绝对角速度,其

角加速度 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$,小行星随体系中的引力势函数为 $U(\tilde{\mathbf{r}})$ 。则在小行星随体坐标系中运动方程可写为^[18]

$$\ddot{\tilde{\mathbf{r}}} = -\frac{GM_1}{\|\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}\|^3}(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}) - \nabla U(\tilde{\mathbf{r}}) - \frac{GM_1}{\|\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}\|^3}\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \times (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \tilde{\mathbf{r}}) - 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \dot{\tilde{\mathbf{r}}} \quad (1)$$

式中, $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}$ 显含时间 t 。

假设小行星的自转轴指向黄经 λ 、黄纬 β 度,以 $(a, e, \omega, \Omega, f)$ 代表在 J2000.0 日心黄道坐标系下的小行星公转轨道根数。即可反解出 $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}$,代入式(1)求解即可得考虑太阳引力摄动下的小行星附近航天器运动的动力学方程。表 1 列出了 216 Kleopatra 和 433 Eros 轨道根数。由于太阳离小行星的距离是天文单位量级,而航天器离小行星距离一般很小,因此在理论估计太阳引力对航天器运动影响时,可以近似认为太阳引力大小是不变的。表 2 和表 3 直观地给出了在小行星本体系内,离小行星不同距离处小行星引力与太阳引力大小之比。

表 1 216 Kleopatra 和 433 Eros 的轨道根数^[11,17]

Table 1 Orbital elements of 216 Kleopatra and 433 Eros^[11,17]

小行星	216 Kleopatra	433 Eros
λ	76°	11°
β	16°	17°
e	0.2487290446506532	0.2226677322030184
a	2.7953188019767 AU	1.4578372759477 AU
ω	180.2426702696721°	178.7912204366847°
Ω	215.4849606287757°	304.3380307222211°
i	13.09997821573449°	10.82872662501955°

表 2 Kleopatra 附近重力加速度

Table 2 Gravity accelerations in the vicinity of Kleopatra

位置/ $\times (217,94,81)$ km	小行星引力 $/(\text{kg} \cdot \text{km} \cdot \text{s}^{-2})$	太阳引力摄动 $/(\text{kg} \cdot \text{km} \cdot \text{s}^{-2})$	二者之比
(0.5,0.0,0.0)	$2.844640167 \times 10^{-5}$	$5.001020414 \times 10^{-13}$	5.688119×10^7
(0.0,0.5,0.0)	$1.748072355 \times 10^{-5}$	$3.067006737 \times 10^{-13}$	5.699604×10^7
(0.0,0.0,0.5)	$2.781151520 \times 10^{-5}$	$2.826870254 \times 10^{-13}$	9.838271×10^7
(1.5,0.0,0.0)	$3.239934323 \times 10^{-6}$	$1.500306072 \times 10^{-12}$	2.159516×10^6
(0.0,1.5,0.0)	$8.217591819 \times 10^{-6}$	$9.201022235 \times 10^{-13}$	8.931173×10^6
(0.0,0.0,1.5)	$8.258227016 \times 10^{-6}$	$8.480608809 \times 10^{-13}$	9.737776×10^6
(3.0,0.0,0.0)	$6.797266393 \times 10^{-5}$	$3.000611991 \times 10^{-12}$	2.265293×10^7
(0.0,3.0,0.0)	$2.762843948 \times 10^{-5}$	$1.840205050 \times 10^{-12}$	1.501378×10^7
(0.0,0.0,3.0)	$2.621639388 \times 10^{-6}$	$1.696121170 \times 10^{-12}$	1.545668×10^6

表 3 Eros 附近重力加速度
Table 3 Gravity accelerations in the vicinity of Eros

位置/ × (34.4, 11.2, 11.2) km	小行星引力 /(kg · km · s ⁻²)	太阳引力摄动 /(kg · km · s ⁻²)	二者之比
(0.5, 0.0, 0.0)	1.219725704 × 10 ⁻⁶	4.980236578 × 10 ⁻¹³	2.449132 × 10 ⁶
(0.0, 0.5, 0.0)	4.597793341 × 10 ⁻⁶	3.184548291 × 10 ⁻¹³	1.443782 × 10 ⁷
(0.0, 0.0, 0.5)	5.263255041 × 10 ⁻⁶	1.715398716 × 10 ⁻¹³	3.068240 × 10 ⁷
(1.5, 0.0, 0.0)	5.478717833 × 10 ⁻⁶	1.494070972 × 10 ⁻¹²	3.666973 × 10 ⁶
(0.0, 1.5, 0.0)	5.315562637 × 10 ⁻⁷	9.553643950 × 10 ⁻¹³	5.563911 × 10 ⁵
(0.0, 0.0, 1.5)	1.236357017 × 10 ⁻⁶	5.146196107 × 10 ⁻¹³	2.402468 × 10 ⁶
(3.0, 0.0, 0.0)	1.127613178 × 10 ⁻⁵	2.988141945 × 10 ⁻¹²	3.773627 × 10 ⁶
(0.0, 3.0, 0.0)	3.310273548 × 10 ⁻⁶	1.910728514 × 10 ⁻¹²	1.732467 × 10 ⁶
(0.0, 0.0, 3.0)	3.698280236 × 10 ⁻⁷	1.029239225 × 10 ⁻¹²	3.593217 × 10 ⁵

在表 2 和表 3 中,小行星引力包括了小行星本体系中非惯性力的影响。因此,在一定范围内,随着航天器与小行星距离的增加,小行星引力的相对影响也在增加。从表中可以看出,在 216 Kleopatra 附近,小行星引力与太阳引力摄动约相差 6 ~ 7 个量级。在 433 Eros 附近,二者相差约 5 ~ 7 个量级。这个差异与地球 J₃ 项地球卫星的影响相近。尽管看上去差异很大,然而后面的研究表明,由于这两颗小行星形状都非常不规则,航天器在其引力场中的受力变化快,因此即使较小的引力摄动长期积累依然会产生很大的影响。此外,后续的数值模拟结果也表明,对于同一族不稳定的轨道,在离小行星较远的地方更容易维持轨道特性。而 216 Kleopatra 的两颗卫星也是在距离其较远的地方,这与本文结果吻合。除了这个原因以外,在离小行星较远的地方,小行星的引力场相对更规则,这使得空间上力的分布更加均匀,因此更有利于轨道的保持。

2 216 Kleopatra 附近受摄 3D 周期轨道

在式(1)中由于 $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}$ 显含时间 t , 因此方程 $\ddot{\tilde{\mathbf{r}}}(\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{r}}, t) = 0$ 的解也显含时间 t 。因此,在一定范围内,随着距小行星距离的增加,小行星引力的相对影响也在

增加。根据 Yu 等的计算^[11], 216 Kleopatra 全部平衡点均为非双曲不稳定平衡点。求解如下方程可确定平衡点的位置。

$$-\frac{GM_1}{\|\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}\|^3}(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}) - \nabla U(\tilde{\mathbf{r}}) - \frac{GM_1}{\|\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}}\|^3}\tilde{\mathbf{r}}_{\text{sun}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \times (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \tilde{\mathbf{r}}) = 0 \quad (2)$$

这个方程的前两项是太阳和小行星对航天器的引力,后两项是在小行星本体系中的非惯性力。通过改变时间 t , 来研究小行星位于不同空间位置时太阳引力对小行星平衡点位置的影响。结果发现,在米的量级上,原有平衡点的位置没有变化,因此可以认为太阳引力对于小行星平衡点位置的影响可以忽略。

在考虑和不考虑太阳摄动的情况下,分别对平衡点上航天器的运动进行数值计算,由于平衡点自身不稳定的特性,航天器最终都会离开平衡点。表 4 给出了 216 Kleopatra 平衡点的位置,尽管式(2)是时变的,但平衡点的位置在近日点和远日点几乎没有变化。

下面讨论 216 Kleopatra 的三维周期轨道。考虑太阳摄动后,可将 Yu 等给出的原有 29 族周期轨道^[9]分为 3 类: 1) 事实上并不能保证稳定的周期:

表 4 216 Kelopatra 平衡点位置
Table 4 Equilibria of 216 Kelopatra

平衡点	x / km	y / km	z / km
E1	142.844307701 7	2.4414118130	1.1817590553
E2	-144.6761564246	5.1888810588	-0.2726029742
E3	2.2303937113	-102.0918608267	0.2719228695
E4	-1.1636541714	100.7297439954	-0.5460205394

无论有无太阳引力影响,一般在运动 1~2 周后就会偏离,如第 1~6、19、22(1)、28(1) 等族轨道; 2) 轨道在加入太阳引力影响后,依然能较好地保持其轨道特征,如第 13、14、20(2)、21、22(3)、24、28(3) 等族轨道; 3) 轨道在大 Jacobi 常数的情况下,考虑太阳引力影响后依然能较好地保持其轨道特征。在小 Jacobi 常数情况下,考虑太阳引力后轨道在环绕 1~2 周后就丧失了周期特征,如第 11、12、15~18、20(1)、22(2)、23、25-27、29 等族轨道。图 1、图 2 和图 3 即为前述情况的实例。为了更好地说明这些原本 Floquet 不稳定的轨道,在考虑太阳引力后依然能长期地保持在原有的周期轨道附近,定义受太阳摄动变化量

$$r_{\text{difference}} = \frac{\|r_{\text{withsun}} - r_{\text{without sun}}\|}{\|r_{\text{without sun}}\|}$$

来刻画受扰轨道与原轨道的相对变化率。图 2 给出了第 21 族周期轨道位置。计算表明,其受太阳摄动变化量在 10^{-4} 量级,这说明轨道特性保持良好。

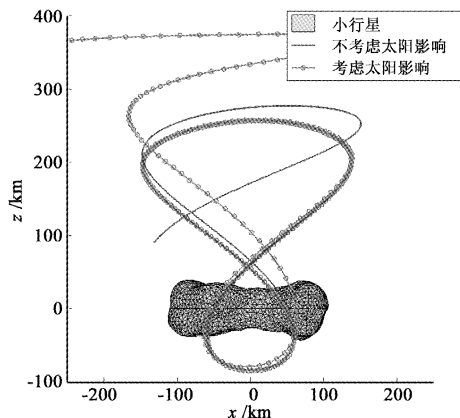


图 1 第 28(1) 族轨道, $t = 150000$ s (情况 1)

Fig. 1 Trajectory of family 28(1), $t = 150000$ s (situation 1)

在情况 2 中,仅有第 13、14 族在考虑太阳影响后,依然 Floquet 稳定。它们是赤道平面上逆行和顺行的近圆轨道。逆行轨道族的稳定性比顺行轨道族要好。事实上,Descamps 等给出的 Kleopatra 两颗卫星^[15](S/2008 (216) 1 的半长轴为 678 km,轨道倾角在 J2000.0 地心赤道坐标系中为 51° ; S/2008 (216) 2 的半长轴为 454 km,轨道倾角为 49°) 均为逆行,考虑到约 23.5° 的黄赤交角,两颗卫星在日心黄道坐标系下的轨道倾角均在 $73^\circ \sim 75^\circ$,即与 Kleopatra 自转轴平行。这两颗卫星的半径亦在第

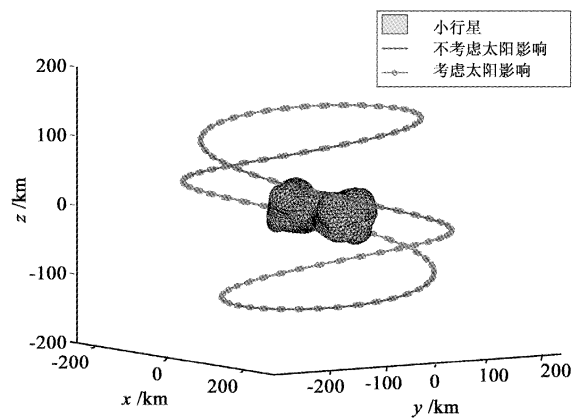


图 2 第 21 族轨道, $t = 150000$ s (情况 2)

Fig. 2 Trajectory of family 21, $t = 150000$ s (situation 2)

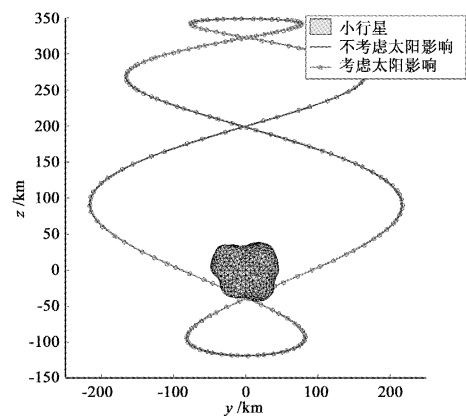


图 3 第 25 族轨道,大 Jacobi 常数, $t = 150000$ s (情况 3)

Fig. 3 Trajectory of family 25, large Jacobi constant, $t = 150000$ s (situation 3)

13 族的范围之内,这有力地支持了上面的结果。另外,有些 Floquet 不稳定的轨道进行较长时间的数值模拟(10 倍于原模拟时间)得到的结果依然很好,即原轨道特征得到了较好的保持。图 4 和图 5 给出了长时间保持周期性的情况,二者的受太阳摄动变化量都在 10^{-4} 量级。此外,第 24 族轨道对太阳影响极不敏感,受摄轨道始终同无摄轨道高度重合。

太阳摄动对于本节所研究的小行星轨道的主要结论有:太阳引力对于平衡点位置几乎没有影响,但对于处于该位置上航天器的最终位置有很大影响。太阳引力摄动不足以增加或减少无摄周期轨道族,亦不能改变无摄周期轨道族的稳定性。对于 Floquet 稳定的周期轨道,考虑太阳摄动后依然稳定;对于 Floquet 不稳定的周期轨道,如果原周期轨道可以在小行星附近长期保持特性,则加入太阳引

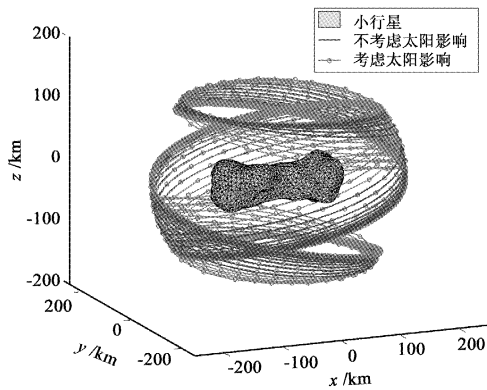


图 4 第 28 族轨道,大 Jacobi 常数, $t = 1500000$ s (情况 2)

Fig. 4 Trajectory of family 28, large Jacobi constant, $t = 1500000$ s (situation 2)

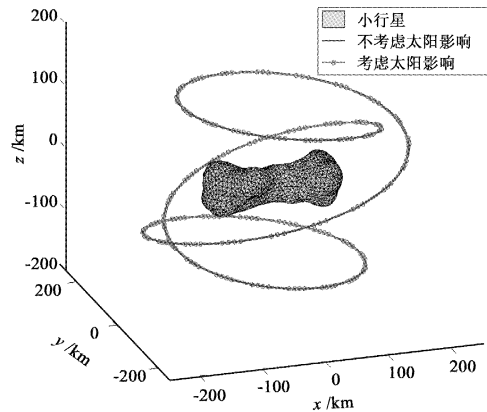


图 5 第 24 族轨迹, $t = 1500000$ s (情况 2)
Fig. 5 Trajectory of family 24, $t = 1500000$ s (situation 2)

力影响后的轨道不会过快丧失周期轨道特性,且同

一族不稳定的周期轨道中,大 Jacobi 常数轨道更容易保持周期轨道的特性。

在利用全局方法搜索考虑太阳摄动情况下的周期轨道时,发现了一族被前人所遗漏的三维周期轨道族。这族轨道并非考虑太阳引力摄动下独有的轨道,该族轨道为准赤道椭圆双螺旋轨道。图 6 和表 5 分别给出了其形状和特性。拓扑类型的分类依据 Yu 等所介绍的轨道单值矩阵特征根的分布情况^[9]。

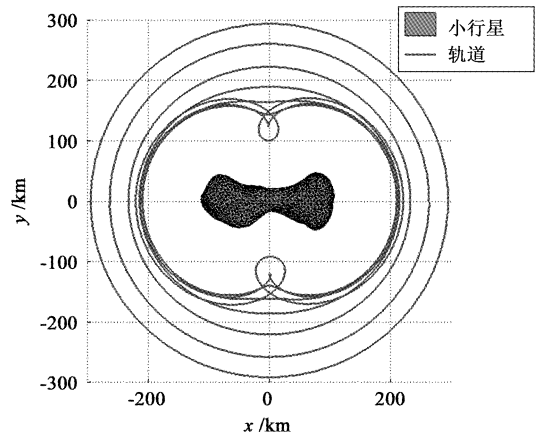


图 6 新周期轨道族

Fig. 6 New periodic orbit family

3 433 Eros 附近受摄 3D 周期轨道搜索

用式(2)可计算 433 Eros 平衡点位置,表 6 给出了计算结果。同 Zhang 等的计算^[19]比较,E1 和 E2 相近,但是 E3 和 E4 有较大差距。不过同 Scheers 等给出的零速度面相交点^[20]比较,全部四个平衡点都是接近的。

表 5 新轨道族的物理特性

Table 5 Characteristics of new orbit family

Jacobi 常数/ $(10^{-3} \text{ km}^2 \cdot \text{s}^{-2})$	周期/h	拓扑类型	稳定性
$-2.6174 < C < -2.4074$	$7.2508 < T < 8.9358$	e	S
$-2.4074 < C < -1.9294$	$8.9358 < T < 13.7552$	c	U

表 6 433 Eros 的平衡点

Table 6 Equilibria of 433 Eros

平衡点	x / km	y / km	z / km
E1	19.212783019	-2.648086825	0.141176914
E2	-19.786145312	-3.382154739	0.127675738
E3	0.484681656	14.770992030	-0.062412898
E4	-0.458878445	-14.013775471	-0.073706831

大量的仿真结果表明:在没有太阳影响的情况下,除了 E1 处的航天器,其余情况均以撞击 433 Eros 告终。在考虑太阳影响的情况下,除了 E3 处的航天器,其余情况均以逃离 433 Eros 告终。同 216 Kleopatra 平衡点处的运动规律相似:太阳引力对于平衡点位置几乎没有影响,但却对于处于该位置上航天器的运动有很大影响。尽管太阳摄动与 433 Eros 的影响相比是十分微小的,但是在本体系中平衡点处由 433 Eros 所产生的力为 0,此时太阳引力便成为主要影响因子,加之 433 Eros 平衡点的不稳定特性,共同构成了有无太阳引力摄动时航天器巨大运动差别的原因。

根据 Yu 等的分层网格搜索法^[9],考虑太阳影响后,在距离 433 Eros 质心 60 km(约为 433 Eros 最大维度的 2 倍)的范围内搜索得到了 12 族三维周期轨道。图 7 展示了 433 Eros 的各种周期轨道组,表 7 给出了这些轨道族的物理特性。

1~2 族轨道分别为赤道平面上逆行和顺行的准圆轨道;第 3~4 族为准赤道椭圆轨道;第 5~6 族在赤道平面外具有非对称的轨道表现为准椭圆轨道,并且有一段垂直运动;第 7~11 族为具有不同方位角的多族轨道;第 12 族是一种具有倾斜角的轨道。在搜索周期轨道族的过程中发现了一些不同的周期轨道族之间可能依赖于 Jacobi 常数的连续变化。给定一个初始 Jacobi 常数值,当增加这个值时,首先出现第 2 族轨道,然后是第 3 族,之后是第 6 族。在这种情况下,可能可以通过减小第 5 族轨道的 Jacobi 常数,找到另外一族和第 3 族轨道恰好反相的轨道族。

另外,一些初始状态并不能通过分层网格搜索得到周期轨道族,但却能成为长期环绕小行星的有界非周期轨道,如图 8 所示。这些轨道显然对于入轨的位置速度要求没有那么高,并且几乎能够遍历小行星表面除了两极以外的所有位置。这对于环绕小行星的观测是十分有利的。遗憾的是,这样的轨

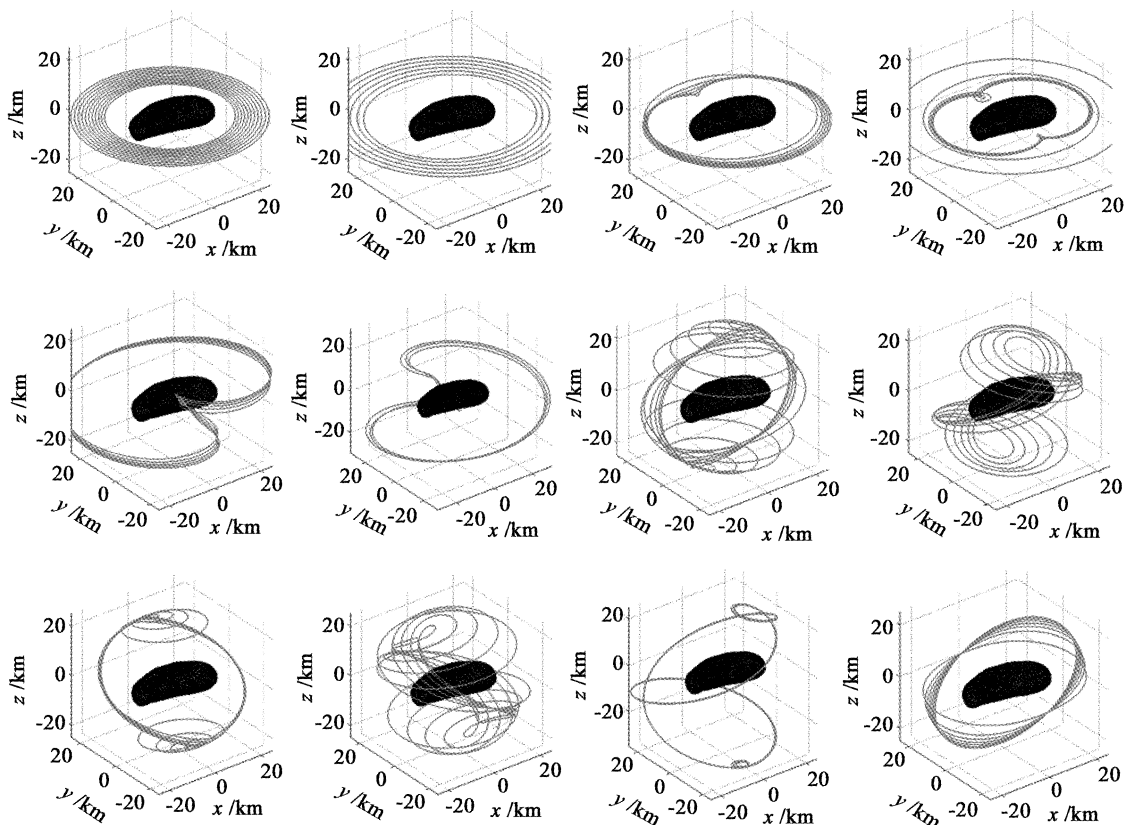


图 7 433 Eros 附近的 12 族周期轨道,每幅图表示随着 Jacobi 常数变化的同源轨道

Fig. 7 Periodic orbits of 12 families in the vicinity of Eros. Each graph illustrates the cognate orbits varying as the Jacobi constant of the corresponding range

表 7 图 7 中轨道的物理特性

Table 7 Characteristics of the orbits presented in Fig. 7

轨道族	Jacobi 常数/($10^{-5} \text{km}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)	周期/h	拓扑类型	稳定性
1	$2.5794 < C < 3.6794$	$3.2510 < T < 4.0466$	e	S
2	$-9.1500 < C < -4.6500$	$5.4358 < T < 8.8597$	e	S
3	$-4.6500 < C < -4.1500$	$8.8597 < T < 9.3210$	c	U
4	$-5.0700 < C < -4.6700$ $-4.5700 < C < -3.8900$	$7.0887 < T < 8.7305$ $9.4054 < T < 13.3274$	e b	S U
5	$-3.5180 < C < -3.4180$ $-3.3180 < C < -3.1180$	$10.2991 < T < 10.2998$ $10.2899 < T < 10.2988$	b a	U U
6	$-3.0595 < C < -2.4595$	$10.0111 < T < 10.3123$	c	U
7	$-2.4773 < C < 1.5226$ $1.5226 < C < 2.3226$	$10.4130 < T < 10.7742$ $10.7742 < T < 10.8364$	c e	U S
8	$-1.0009 < C < 1.3991$ $1.3991 < C < 1.5791$	$10.5280 < T < 10.7468$ $10.7468 < T < 10.7707$	b c	U U
9	$-2.6991 < C < 0.6001$	$10.3964 < T < 10.6701$	b	U
10	$-2.7373 < C < 2.1827$	$10.3839 < T < 10.8264$	c	U
11	$-1.2930 < C < -1.1130$	$15.7788 < T < 15.7885$	b	U
12	$-4.4510 < C < -3.8510$	$10.1524 < T < 10.2371$	c	U

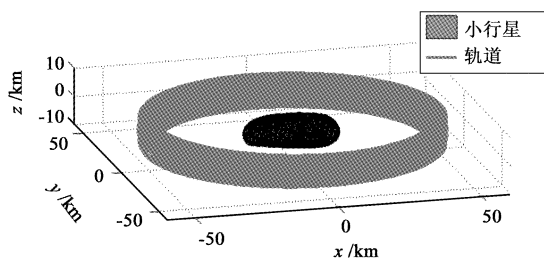


图 8 433 Eros 的一条有界非周期轨道

Fig. 8 A bounded non-periodic orbit of Eros

道目前还没有足够高效的方法进行全局搜索。本文研究中找到这样的轨道也有一定的巧合,即恰好尝试模拟不能给出周期轨道的初值长期运动演化结果。在未来的工作中,可以设法系统地搜索此类轨道,此类轨道对于未来的环绕探测亦有较大的应用价值。

4 结 论

本文用数值方法研究了 216 Kleopatra 和 433 Eros 平衡点附近的轨道运动,求解了考虑太阳摄动情况下两颗小行星附近的周期轨道。在考虑太阳摄动的情况下,重新搜索了 216 Kleopatra 的周期轨道组,并找到了一族前人工作中遗漏的周期轨道。得到了 433 Eros 附近 12 族周期轨道,并给出了它们的

拓扑分类和稳定性;找到了环绕 433 Eros 的一族有界非周期轨道。仿真和分析结果表明,太阳引力在小行星附近的大小比小行星自身引力要小约 6 个量级,因此太阳引力对于小行星平衡点位置的影响很小,但对平衡点上的航天器运动有较大影响,逃离平衡点的方向也趋于随机。太阳引力的影响并不足以增加或减少周期轨道的类型,也不足以改变周期轨道的稳定性。对于 Floquet 稳定的周期轨道,考虑太阳摄动后轨道依然稳定;对于 Floquet 不稳定的周期轨道,如果原周期轨道可以在小行星附近长期保持特性,则加入太阳引力影响后的轨道也不会过快丧失周期轨道特性,且同一族不稳定的周期轨道中,大 Jacobi 常数情况更容易加入太阳引力影响和保持周期轨道的特性。该特性很好地解释了小行星卫星在较远轨道上长期存在的可能性。

参 考 文 献

[1] Zhuravlev S G. Stability of the libration points of a rotating triaxial ellipsoid[J]. Celestial Mechanics, 1972, 6(3): 255 -267.
 [2] Zhuravlev S G. About the stability of the libration points of a rotating triaxial ellipsoid in a degenerate case [J]. Celestial Mechanics, 1973, 8(1): 75 -84.
 [3] Scheeres D J. Dynamics about uniformly rotating triaxial ellipsoids:

- applications to asteroids[J]. *Icarus*, 1994, 110(2): 225–238.
- [4] Macmillan W D. Dynamics of rigid bodies [M]. New York: McGraw-Hill, 1936.
- [5] Kaula W M. Theory of satellite geodesy [M]. Waltham: Blaisdell, 1966.
- [6] Heiskanen W A, Moritz H. Physical geodesy [J]. Bulletin G od esique (1946–1975), 1967, 86(1): 491–492.
- [7] Werner R A, Scheeres D J. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1996, 65(3): 313–344.
- [8] Werner R A. The gravitational potential of a homogeneous polyhedron or don't cut corners [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1994, 59(3): 253–278.
- [9] Yu Y, Baoyin H X. Generating families of 3D periodic orbits about asteroids [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, 427(1): 872–881.
- [10] Jiang Y, Baoyin H X, Li J, et al. Orbits and manifolds near the equilibrium points around a rotating asteroid [J]. Astrophysics and Space Science, 2014, 349(1): 83–106.
- [11] Yu Y, Baoyin H X. Orbital dynamics in the vicinity of asteroid 216 Kleopatra [J]. The Astronomical Journal, 2012, 143(3): 62–71.
- [12] Hartman P. Ordinary differential equations [M]. New York: Wiley, 1964.
- [13] Hamilton D P, Burns J A. Orbital stability zones about asteroids; II. The destabilizing effects of eccentric orbits and of solar radiation [J]. *Icarus*, 1992, 96(1): 43–64.
- [14] Ostro S J, Scott R, Nolan M C, et al. Radar observations of asteroid 216 Kleopatra [J]. *Science*, 2000, 288(5467): 836–839.
- [15] Descamps P, Marchis F, Berthier J, et al. Triplicity and physical characteristics of asteroid (216) Kleopatra [J]. *Icarus*, 2011, 211(2): 1022–1033.
- [16] Gaskell R W. Gaskell Eros shape model V1.0. NEAR-A-MSI-5-EROSHAPE-V1.0. NASA Planetary Data System, 2008 [EB/OL]. [2008-02-23] <http://sbn.psi.edu/pds/resource/erosshape.html>.
- [17] Yeomans D K, Antreasian P G, Barriot J P, et al. Radio science results during the NEAR-Shoemaker spacecraft rendezvous with Eros [J]. *Science*, 2000, 289(5487): 2085–2088.
- [18] Li J, Zhang X. Classical mechanics (2nd edition) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010.
- [19] Zhang Z, Cui H, Cui P, et al. Modeling and analysis of gravity field of 433 Eros using polyhedron model method [C]. 2nd International Conference on Information Engineering and Computer Science, Wuhan, China, Dec. 25–26, 2010: IEEE.
- [20] Scheeres D J, Williams B G, Miller J K. Evaluation of the dynamic environment of an asteroid: applications to 433 Eros [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(3): 466–475.

作者简介:

倪彦硕(1990–),男,博士研究生,主要研究方向为轨道动力学。

通信地址:清华大学航天航空学院(100084)

电话:(010)62773402

E-mail:niyanshuo007@163.com

(责任编辑:高莎)