

应用太阳帆悬停探测哑铃形小行星

曾祥远, 龚胜平, 李俊峰, 蒋方华, 宝音贺西

(清华大学 航天航空学院, 北京 100084)

摘要:研究了太阳帆航天器在哑铃形小行星引力场内的悬停探测可行性问题。哑铃形小行星代表了一类细长形的小行星,文中首先建立哑铃形小行星的简化动力学模型。针对可变反射面积的太阳帆,给出其在小行星引力场内的悬停动力学方程,并仿真求解了哑铃形小行星附近的太阳帆可行悬停探测区域。

关键词:哑铃形小行星;悬停探测;太阳帆

中图分类号: P185.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 2095-7777(2015)01-0048-05

DOI:10.15982/j.issn.2095-7777.2015.01.007

0 引言

小行星探测是目前航天探测的热点问题,能够为人类了解太阳系起源演化等提供重要信息,将是21世纪深空探测活动的主要内容之一。目前,太阳系内已发现小行星逾70万颗,小行星的大小、形状、结构组成、运行轨道和自旋状态等各不相同,其附近的力学环境复杂多样。美国于1996年发射了人类历史上第一颗小行星探测器 NEAR,在不同高度轨道成功绕飞并最终着陆形似马铃薯的433 Eros 小行星($34.4 \text{ km} \times 11.2 \text{ km} \times 11.2 \text{ km}$)^[1]。日本于2003年发射的“隼鸟”号(Hayabusa)航天器探测小行星25143 Itokawa ($0.54 \text{ km} \times 0.29 \text{ km} \times 0.21 \text{ km}$)并采样返回地球,马铃薯形状的Itokawa尺寸和质量较小,航天器需提供主动控制以悬停方式对其进行采样。

上述小行星着陆及采样返回任务等,本体系悬停是任务成败的关键。小行星悬停探测是航天器与小行星的相对位置保持不变的一种探测方式,分为惯性系悬停(位于太阳与小行星系统的引力平衡点处)和本体系悬停。本体系悬停指航天器在小行星本体系中的位置保持不变,一直处于小行星表面某一特定位置的上空。该技术是采样任务及未来载人登陆小行星等任务的基础,在小行星附近复杂的力学环境中,一般需要主动控制来实现。

针对传统航天器,Sawai(2002)^[2]和 Broschart(2005)^[3]等研究了均匀自旋小行星附近的悬停控

制问题,张景瑞等(2013)^[4]讨论了两个航天器之间的悬停控制问题,此类悬停探测的时长受制于航天器的在轨燃料。相比于传统航天器,太阳帆无需燃料消耗,依靠太阳光压力提供连续小推力,能够长期保持轨道稳定,在小行星探测中具有明显的优势。Morrow等(2001)分析了小行星附近的太阳帆动力学,并讨论了可能的探测轨道^[5]。Williams(2009)针对小行星的球形简化模型,分别讨论了太阳帆在惯性系和本体系下的可行悬停轨道^[6]。上述研究都是针对球形小行星假设,而小行星的非球形引力场对于其附近的轨道有很大的影响^[7]。

本研究采用可变反射面积的理想太阳帆,研究了哑铃形小行星附近的可行悬停探测区域。哑铃形小行星可以代表一类细长形的小行星,例如216 Kleopatra,243 Ida,4769 Castalia等^[8-9]。针对均匀自旋的哑铃形小行星,抽象出动力学模型,建立悬停轨道的动力学方程。应用带有权重系数的理想太阳帆光压模型,分析哑铃形小行星附近的悬停探测轨道。

1 模型简化与悬停轨道

1.1 动力学方程

对于哑铃形小行星,其平衡点的个数和分布决定于其自身的物理性能,包括系统质量及质量分布、外部形状、大小和自旋周期等。作为初步研究,将哑铃形小行星简化为自旋速率相同的端部集中质量,即两个质点 m_1 、 m_2 ,由长度为 d 的无质量细杆相

连,如图 1 所示。通过调整上述参数,该简单模型可以用来近似某些实际哑铃形小行星的引力场和引力平衡点的分布情况。为描述太阳帆在小行星附近的运动,建立惯性参考系 $IXYZ$ 和小行星本体系 $oxyz$ (又称“随体系”或“固连坐标系”),如图 1 所示。坐标原点位于系统质心, IZ 轴沿小行星自旋角速度方向, IX 轴由 m_1 指向 m_2 , IY 轴位于小行星赤道平

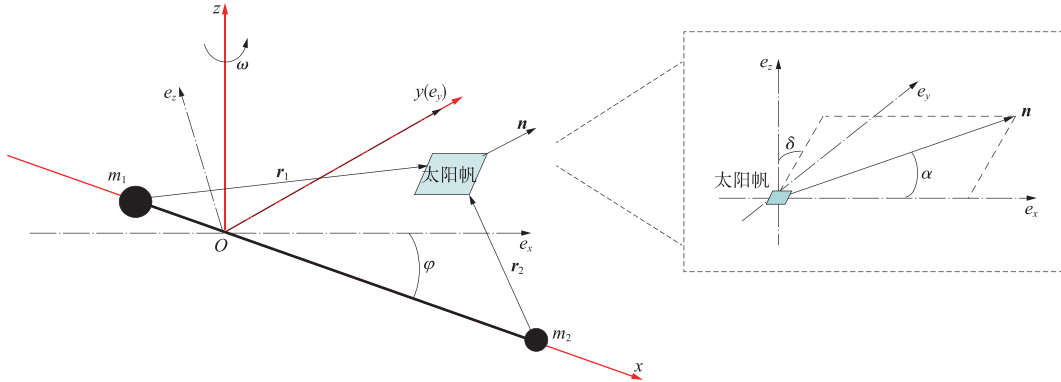


图 1 小行星本体系和入射光坐标系及太阳帆姿态角示意图

Fig. 1 Sketch map of the body-fixed frame and incident light frame with sail attitude angles

太阳帆在均匀自旋小行星本体系 $oxyz$ 中的动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{f}_{SRP} - \nabla U(\mathbf{r}) \quad (1)$$

式中: \mathbf{r} 为航天器位置矢量 $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$; $\boldsymbol{\omega}$ 为小行星相对惯性系 $IXYZ$ 的自旋角速度; \mathbf{f}_{SRP} 为太阳帆光压加速度; $U(\mathbf{r})$ 为小行星引力势函数。对自旋偶极子,该势能函数为

$$U = -(\mu_1/r_1 + \mu_2/r_2) \quad (2)$$

式中: μ_1 和 μ_2 分别为 m_1 和 m_2 的引力常数; r_1 和 r_2 分别为太阳帆到两质点的距离(如图 1 所示)。

方程(1)一般采用量纲归一化的形式,时间单位取为 ω^{-1} ,即小行星自旋一周的时间为 2π 。长度单位取为 d ,质量单位取为 $M = m_1 + m_2$,此时系统的加速度单位应为 $\omega^2 d$ 。定义 $\mu = m_2/M$,其中 $\mu \in [0, 1]$,则 m_1 和 m_2 在 ox 轴上的位置分别为 μ 和 $1-\mu$,两个引力常数则满足关系 $\mu_1 = 1-\mu$ 和 $\mu_2 = \mu$ 。进而可得太阳帆在本体系下相对于两端部质点的位置矢量分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= [x + \mu \ y \ z]^T, \\ \mathbf{r}_2 &= [x + \mu - 1 \ y \ z]^T \end{aligned} \quad (3)$$

将式(2)和式(3)代入方程(1),可得归一化的系统动力学方程,以分量形式表达为

面内且与另外两轴形成右手系。考虑到小行星自旋周期与其轨道周期相差在 10^3 量级,即小行星自旋一周,入射光在小行星表面的投影偏离初始位置约为 0.1° ,故可将 $IXYZ$ 坐标系作为惯性参考系。本体系 $oxyz$ 在任务初始时刻与惯性系 $IXYZ$ 重合,之后随小行星自旋而周期性地旋转。

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = -\frac{\partial V}{\partial x} + f_x \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = -\frac{\partial V}{\partial y} + f_y \\ \ddot{z} = -\frac{\partial V}{\partial z} + f_z \end{cases} \quad (4)$$

式中, $V = -(x^2 + y^2)/2 - k[(1-\mu)/r_1 + \mu/r_2]$, $k = GM/\omega^2 d^3$ 。其中: G 为引力常数; k 是一个重要的参数,表征小行星自身引力与离心力的比值,通过改变 k 的值可以改变小行星附近引力平衡点的分布。文中 k 取值在 1 附近,以逼近实际情况。当 $k=1$ 时,方程(4)与限制性三体问题(CRTBP)中的太阳帆动力学方程一致。本文研究哑铃形小行星附近动力学特性,故取 $\mu > 0$;同时,由于简化模型的旋转对称性, $\mu > 0.5$ 时的情况与 $1-\mu$ 情况旋转 π 后完全一致。因此,文中 μ 的研究范围为 $(0, 0.5]$ 。

对于传统航天器,方程(4)中右端第二项加速度为零。在本体系中,令方程左侧各项为零,可得系统的引力平衡点,最多 5 个,在限制性三体问题中称为拉格朗日点。3 个共线平衡点 E_1 、 E_2 和 E_3 满足如下位置方程^[8]

$$x_{Ei}^5 + c_4 x_{Ei}^4 + c_3 x_{Ei}^3 + c_2 x_{Ei}^2 + c_1 x_{Ei} + c_0 = 0 \quad (5)$$

方程(5)中各系数分别为

$$\begin{cases} c_4 = 4\mu - 2 \\ c_3 = 6\mu^2 - 6\mu + 1 \\ c_2 = 4\mu^3 - 6\mu^2 + (2 + k(s_1 - s_2) - ks_1)\mu \\ c_1 = \mu^4 - 2\mu^3 + (1 + 2k(s_1 - s_2))\mu^2 - 4ks_1\mu + 2ks_1 \\ c_0 = k((s_1 - s_2)\mu^3 - 3s_1\mu^2 + 3s_1\mu - s_1) \\ s_1 = \text{sign}(x + \mu), \quad s_2 = \text{sign}(x + \mu - 1) \end{cases} \quad (6)$$

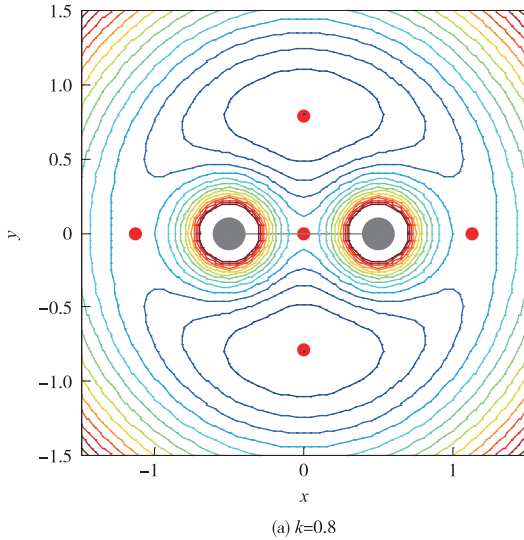
三个共线平动点所在区间分别为

$$x_{E1} \in [-\mu, 1 - \mu], \quad x_{E2} \in (1 - \mu, +\infty),$$

$$x_{E3} \in (-\infty, -\mu) \quad (7)$$

系统另有两个三角平动点 E_4 和 E_5 , 满足如下位置方程

$$E_4 = [1/2 - \mu, -\sqrt{k^{2/3} - 1/4}],$$



$$E_5 = [1/2 - \mu, \sqrt{k^{2/3} - 1/4}] \quad (8)$$

可以看到,在上式中当 k 取值为 0.125 时,两个三角平动点的 oy 轴坐标均为零,退化至 ox 轴上同一点。已经证明,方程(4)中右端第二项加速度为零时存在广义能量积分,对应一个哈密顿系统,且有

$$H = \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}/2 + V \quad (9)$$

若式(9)中航天器速度为零,即航天器在小行星本体系中速度为零,可得 $V=C$, C 为一个常值,称为“雅克比积分”。而 $V=C$ 定义的边界被称为“零速度曲面”,将航天器的运动限制在 $V \leq C$ 的区域内。图 2 给出了两种不同 k 值时的引力场分布情况及对应零速度曲面,参数 μ 的取值为 0.5, 表示小行星质量关于质心对称分布。

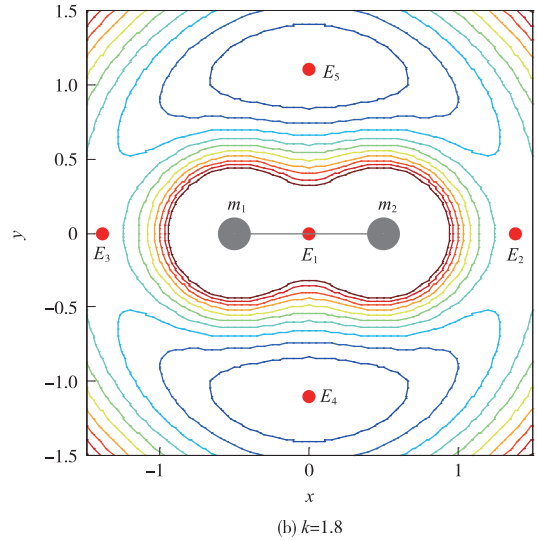


图 2 不同 k 值时小行星本体系中赤道面内($z=0$)引力平衡点分布及零速度曲面

Fig. 2 Distribution of equilibrium points and zero-velocity curves in the equatorial plane ($z=0$) of the body-fixed frame by varying the value of k

为方便表示太阳帆光压加速度,定义入射光坐标系 $se_xe_ye_z$, 坐标原点位于小行星质心, se_x 轴沿入射光方向, se_y 轴与惯性系 IY 轴重合, se_z 轴与另外两轴组成右手系。太阳帆光压加速度在该坐标系中表示为

$$\mathbf{a}_s = \eta \beta(t) \cdot \frac{\mu_{\text{sun}}}{R_{\text{AU}}^2} (\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad (10)$$

式中: η 是表示简化光压模型与实际太阳帆间差异的参数, 计算中一般取为 0.85^[6]; μ_{sun} 是太阳引力常数; R_{AU} 是小行星与太阳间距离; 矢量 \mathbf{e}_x 为入射光方向单位矢量; \mathbf{n} 为太阳帆帆面法向单位矢量; 光压因子 β 表征着太阳帆光压加速度与当地日心引力间的比值, 其值为 1 时, 光压加速度约为 5.93 mm/s², 已

是推进能力极强的太阳帆。式(10)中 $\beta(t)$ 表示所用太阳帆的反射面积可变, 其帆面法向单位矢量 \mathbf{n} 可由图 1 中两个姿态角表示为

$$\mathbf{n} = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \sin \delta \quad \sin \alpha \cos \delta]^\top \quad (11)$$

其中: 帆面的倾斜角 α 和时钟角 δ 分别满足 $\alpha \in [0, \pi/2]$, $\delta \in [0, 2\pi)$ 。

1.2 本体系悬停

对于匀速自旋的哑铃形小行星, 将太阳帆悬停在 \mathbf{r} 处时, 由方程(1)可知光压加速度应满足

$$\mathbf{f}_{\text{SRP}} = \nabla U(\mathbf{r}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (12)$$

上式中太阳帆位置矢量 \mathbf{r} 可进一步表示为

$$\mathbf{r} = [x \quad y \quad z]^\top = r \cdot [\cos \lambda \cos \theta_0 \quad \cos \lambda \sin \theta_0 \quad \sin \lambda]^\top \quad (13)$$

其中: r 为位置矢量模值; λ 和 θ_0 分别为航天器相对小行星的纬度角和经度角 ($\lambda \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\theta_0 \in [0, 2\pi)$)。式(10)中定义的光压加速度在入射光坐标系中,要经过坐标变化才能转换至本体系内。根据各参考坐标系定义,从本体系 $oxyz$ 到惯性系 $IXYZ$ 的转换矩阵 $C_1(t)$ 以及从惯性系到 $se_xe_ye_z$ 的转换矩阵 C_2 分别为

$$\begin{aligned} C_1(t) &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

其中: φ 为太阳相对小行星的纬度角, $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2)$ 。当 $\varphi=0$ 时太阳位于小行星赤道面所在平面内,当 $\varphi=\pi/2$ 时太阳位于小行星南极的上空。式中 θ_1 为赤道面内 ox 轴与 IX 轴夹角 ($\theta_1 \in [0, 2\pi)$, $\theta_1 = \omega t$)。式(12)中悬停探测所需的加速度与式(10)中太阳帆实际能够提供的加速度应相等

$$a_s = C_2 \cdot C_1(t) \cdot f_{SRP} \quad (15)$$

式(15)为三维非线性方程组,包含三个控制变量 $[\beta, \alpha, \delta]$,无法解析求解。对于位置 r 处的太阳帆,当小行星自转一周时(即 $\theta_1 \in [0, 2\pi)$),若存在一组控制量 $[\beta, \alpha, \delta]$ 使得式(16)在任意时刻 t 成立,则悬停可行,否则不能悬停。本文采用 MinPack-1 程序求解式(16)对应的非线性方程组。计算中方程(16)的求解误差小于 10^{-9} 。

2 算例

假设目标小行星位于主小行星带的圆轨道上,轨道半径为 2.7 AU,其轨道周期为 1 620.5 天。小行星自转周期为 5.385 h,特征长度为 1.23 km,系统质量取为 3.0×10^{12} kg。经计算, k 值约为 1.02,令 $\mu=0.5$ 表示系统质量对称分布。仿真中光压因子最大值设为 0.353(非理想参数 $\eta=0.85$),对应光压加速度最大值约为 1.78 mm/s^2 ,太阳纬度角暂取为 90° 。

图 3 给出了 θ_0 等于 0 和 $\pi/2$ 时两个特殊位置处太阳帆的可行悬停区域,即 oxz 平面(共线平动点)和 oyz 平面(三角平动点)内的可行悬停区域,图中坐标为无量纲化单位。可见,应用太阳帆后,悬停探测区域从原来的 4 个平衡点拓展至三维空间,两特殊平面内可行区域在平动点 E_1 上空相交于同一

点。限于篇幅,此处算例不再作详细讨论, θ_0 取其他值情况以及不同小行星参数下可行悬停区域留作以后考虑。

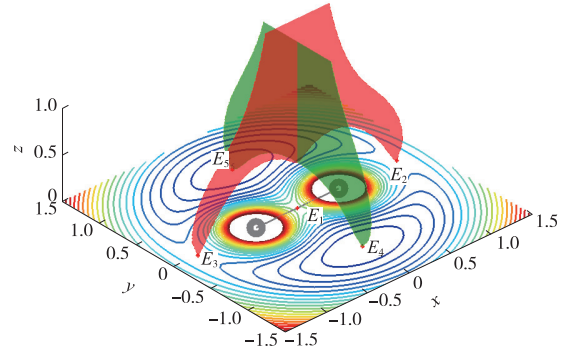


图 3 $\theta_0=0$ 和 $\pi/2$ 时太阳帆的可行悬停探测区域及零速度曲面和平衡点分布

Fig. 3 Feasible area of solar sail hovering flight corresponding to $\theta_0=0$ and $\pi/2$ along with zero-velocity curves and equilibrium points around the asteroid

3 结论

本文以简化模型研究了哑铃形小行星附近的悬停探测轨道。针对太阳帆航天器,建立了悬停轨道动力学方程,所得结果拓展了小行星附近的悬停轨道可行区域,将悬停轨道从小行星赤道平面拓展至三维空间。更多关于小行星不同参数时的悬停探测分析留作后续研究。

参 考 文 献

- [1] Scheeres D J. Close proximity operations for implementing mitigation strategies [C] // 2004 Planetary Defense Conference: Protecting Earth from Asteroids, AIAA paper 2004-1445. [S.l.]: AIAA, 2004:1-11.
- [2] Sawai S, Scheeres D J, Broschart S. Control of hovering spacecraft using altimetry[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002,25(4):786-795.
- [3] Broschart S B, Scheeres D J. Control of hovering spacecraft near small bodies: application to asteroid 25143 Itokawa[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005,28(2):343-354.
- [4] Zhang J R, Zhao S G, Yang Y Z. Characteristics analysis for elliptical orbit hovering based on relative dynamics[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013,49(4):2742-2750.
- [5] Morrow E, Scheeres D J, Lubin D. Solar sail orbit operations at asteroids[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2001,38(2):279-286.
- [6] Williams T, Abate M. Capabilities of furlable solar sails for asteroid proximity operations[J]. Journal of Spacecraft and

- Rockets, 2009, 46(5): 967 - 975.
- [7] 崔平远, 乔栋. 小天体附近轨道动力学与控制研究现状与展望[J]. 力学进展, 2013, 43(5): 526 - 539. [Cui P Y, Qiao D. State-of-the-art and prospects for orbital dynamics and control near small celestial bodies [J]. Advances In Mechanics, 2013, 43(5): 526 - 539.]
- [8] Zeng X Y, Jiang F H, Li J F, et al. Study on the connection between the rotating mass dipole and natural elongated bodies [J]. Astrophysics and Space Sciences, 2015, 356(1): 29 - 42.
- [9] Prieto-Llanos T, Gómez-Tierno M A. Stationkeeping at

libration points of natural elongated bodies[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1994, 17(4): 787 - 794.

作者简介:

曾祥远(1985—),男,博士,主要研究方向:航天器动力学与控制、轨道优化设计、小天体附近动力学等。

通信地址:北京市海淀区清华大学蒙民伟科技大楼北楼 904 室(100084)

电话:(010)62773402

E-mail:zxy0985@gmail.com

Hovering Flight over Elongated Asteroids by Using Solar Sails

ZENG Xiangyuan, GONG Shengping, LI Junfeng, JIANG Fanghua, BAOYIN Hexi

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The feasibility of hovering flight over elongated asteroids by using solar sails is investigated in this study. Elongated asteroids represent a family of natural elongated bodies. A simple approximate model is first constructed for these elongated asteroids. Dynamic equations of hovering flight are obtained for solar sails with the ability of active sail area control. Numerical simulations are made to illustrate the feasible area of hovering flight in the gravitational field of elongated asteroids.

Key words: elongated asteroids; hovering flight; solar sail

[责任编辑:高莎]