

# 摄动因素对火星环绕段轨道长期影响研究

李建军<sup>1</sup>, 王大轶<sup>1,2</sup>

(1. 北京控制工程研究所, 北京 100090; 2. 空间智能控制技术国家重点实验室, 北京 100090)

**摘要:** 针对未来火星探测需要, 研究了摄动因素对火星环绕段轨道的长期影响。对各种摄动因子的数量级进行了估计, 根据估计结果, 对比选取了起主导作用的摄动因子; 建立了主要摄动因子的数学模型; 通过数值仿真验证, 对比分析了火星和地球的相应摄动因素对各自环绕段轨道半长轴和偏心率的影响。仿真结果表明: 非球形摄动对火星环绕段轨道的影响具有明显的长周期特征, 而相应的地球环绕段短周期效应较明显, 这主要是由于质量分布不同造成火星非球形引力位中田谐项的系数基本都比地球的相应值大一个量级, 因此在实际轨道设计中应该重点考虑高阶项特别是高阶田谐项对环绕段轨道造成的影响。

**关键词:** 火星; 环绕段; 摄动分析; 长周期效应

**中图分类号:** V11

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2095-7777(2017)01-0077-05

**DOI:** 10.15982/j.issn.2095-7777.2017.01.012

**引用格式:** 李建军, 王大轶. The analysis for long-term influence of perturbations on orbit around Mars[J]. 深空探测学报, 2017, 4(1): 77-81.

**Reference format:** Li J J, Wang D Y. The analysis for long-term influence of perturbations on orbit around Mars [J]. Journal of Deep Space Exploration, 2017, 4(1): 77-81.

## 0 引言

深空探测已经成为人类航天活动的重要方向, 利用地面深空测控网对探测地外天体的航天器实施控制, 在精度、实时性和可靠性等诸多方面都很难满足要求<sup>[1-4]</sup>。对于环绕型深空探测器(特别是低轨探测器)的轨道而言, 中心天体的非球形引力作用是决定其轨道特征的主要力源。因此, 在确定探测方案时, 必须深入了解探测目标天体引力场的细节及其相应的探测器轨道特征, 不能简单地套用人造地球卫星的结果<sup>[5]</sup>。通过精密的观测和准确掌握天体的运动规律, 就可以根据摄动理论的分析, 弄清天体周围的力学环境, 以便于航天器的轨道设计与计算。因此摄动理论不仅有丰富的理论内容, 也有较高的实用价值<sup>[6]</sup>。探测器在环绕火星段飞行时, 受到火星非球形引力摄动、第三体引力摄动、太阳光压摄动和大气阻力等, 各种摄动因素对探测器的影响强弱不同, 实际任务中对轨道精度的要求越高, 需要考虑的摄动因素也就越多, 通常全面把握各种摄动因素对探测器的影响往往是难以实现的, 而且也是没有必要的, 因此在实际工程应用中, 应该合理地分析考虑对环绕飞行轨道影响的主要摄动因素。

火星与地球类似, 非球形引力位中的动力学扁率 $J_2$ 的量级均为 $10^{-3}$ , 主要区别在于非球形引力位中的其他项, 由于质量分布的不同, 火星非球形引力位中田谐项的系数基本都比地球的相应值大一个量级, 尤其是 $J_{2,2}$ 项大小接近动力学扁率 $J_2$ <sup>[7]</sup>。对于低轨卫星轨道, 轨道半长轴和偏心率这两个重要的轨道根数的变化规律主要取决于大气耗散效应(有大气天体)和中心天体非球形引力位中的奇次项 $J_{2l-1}$  ( $l \geq 2$ )与动力学扁率 $J_2$ 的比值, 因此在分析构造环绕火星轨道时, 特别是在低轨段要求轨道外推1天、弧度精度要求也达到500 m(相当于标准单位 $10^{-4}$ 量级)的情况下<sup>[8]</sup>, 高阶田谐项以及相互之间的联合摄动因素就不容忽视。

基于以上分析, 本文主要结合火星引力环境, 研究摄动因素对火星环绕段轨道的影响。

## 1 力学模型和摄动量级分析

对于火星环绕段, 这里假设轨道平均高度为200~1 000 km, 在火星赤道坐标系中的运动模型可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_\varepsilon \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{F}_0$ 是火星作为质点的中心引力加速度;  $\mathbf{F}_\varepsilon$ 为考虑各种摄动源对应的摄动加速度, 有

$$\mathbf{F}_\varepsilon = \sum_{j=1}^N \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, y; \varepsilon_j) \quad (2)$$

因此摄动加速度的量级 $\varepsilon_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) 可由下式来估计:

$$\varepsilon_j = \frac{|\mathbf{F}_j|}{|\mathbf{F}_0|} \quad (3)$$

为了分析和计算方便, 采用了如下计算单位:

$$\begin{cases} [L] = a_M = 3\,397 \text{ km} \\ [M] = M \\ [T] = (a_M^3/GM)^{1/2} \approx 956.703\,885 \text{ s} \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $a_M$ 为火星平均赤道长度;  $M$ 为火星质量, 在此单位情况下, 火星引力常数为 $\mu=GM=1$ 。对于轨道高度为200~1 000 km的火星轨道卫星, 主要摄动源是非球形引力, 其次是第三体引力摄动, 对于低轨卫星还需考虑大气阻力的影响, 各摄动源的估计量级大小如下:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 (J_2) &= O(10^{-3}) \\ \varepsilon_2 (J_{2,2}) &= O(10^{-4}) \\ \varepsilon_2 (C_{l,m}, S_{l,m}, l \geq 3) &= O(10^{-5} \sim 10^{-6}) \\ \varepsilon_4 (Sun) &= O(10^{-8}) \\ \varepsilon_5 (Phobos) &= O(10^{-9}) \\ \varepsilon_6 (Deimos) &= O(10^{-11}) \\ \varepsilon_7 (plants) &= O(10^{-12}) \\ \varepsilon_8 (Solarradiation) &\leq O(10^{-9}) \end{aligned} \quad (5)$$

在具体实际任务中, 应视任务背景而确定摄动因素的影响, 比如对于低轨卫星还需考虑大气阻力的影响, 而对于较高轨道需要考虑火卫二和其他行星的第三体引力摄动。

## 2 主要的摄动因素

### 2.1 火星非球形引力摄动

火星非球形摄动位函数在火固系中可展开成以下球谐函数的形式:

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{\mu_m}{r_m} \left[ \sum_{l=2}^{\infty} \bar{C}_l \left( \frac{R_m}{r_m} \right)^l \bar{P}_l(\sin \varphi) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=1}^l \left( \frac{R_m}{r_m} \right)^l \bar{P}_{l,m}(\sin \varphi) \cdot \right. \\ &\quad \left. (\bar{C}_{l,m} \cos m\lambda + \bar{S}_{l,m} \sin m\lambda) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

这里采用的是80×80的GMM (Goddard Mars Model) 模型,  $\bar{C}_l$ 、 $\bar{C}_{l,m}$ 和 $\bar{S}_{l,m}$ 为归一化的火星引力位系数;  $R_m=3.397\,0 \times 10^3$  km为火星赤道半径;  $r_m$ 、 $\varphi$ 和 $\lambda$ 分别为探测器在火固系的火心距、火星纬度和经度;  $\bar{P}_{l,m}$ 是归一化的勒让德多项式, 有

$$r_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}, \quad \sin \varphi = \frac{z_m}{r_m}, \quad \lambda = \arctan \frac{y_m}{x_m} \quad (7)$$

火星非球形摄动加速度为

$$\mathbf{a}_m = \mathbf{C}_{\text{MCF\_NI}}^T \mathbf{a}'_m = \mathbf{C}_{\text{MCF\_NI}}^T \left[ \frac{\partial V_m}{\partial \mathbf{r}_m(x_m, y_m, z_m)} \right]^T \quad (8)$$

其中:  $\left[ \frac{\partial V_m}{\partial \mathbf{r}_m(x_m, y_m, z_m)} \right]^T$ 为 $V_m$ 对火固系的直角坐标 $(x_m, y_m, z_m)$ 的梯度, 具体计算过程参考文献[3]; 在实际计算过程中, 需要将火固系摄动加速度转换至惯性坐标系,  $\mathbf{C}_{\text{MCF\_NI}}$ 是J2000火星惯性系至火固系的转换矩阵。

### 2.2 第三体引力摄动

在火星惯性系中, 包括太阳、火卫一和火卫二等等都可以对探测器产生摄动加速度, 其表达形式可以写为<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{a}_T = -\mu_s \left( \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_s}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s\|^3} + \frac{\mathbf{r}_s}{r_s^3} \right) \quad (9)$$

其中:  $\mu_s$ 表示第三体的引力系数;  $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{r}_s$ 分别表示探测器和第三体在惯性系中的位置矢量, 其相互关系如图1所示。

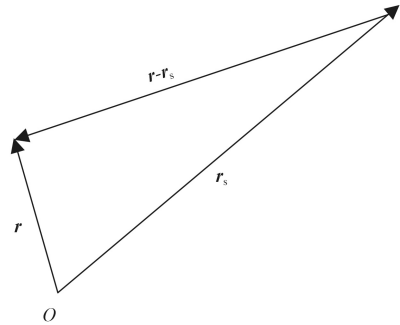


图1 第三体、火星与探测器位置关系图

Fig. 1 The relationship between the third body, Mars and the position of the detector

### 2.3 太阳光压摄动

在火星惯性系中, 太阳辐射对探测器产生了一定的摄动影响, 其摄动加速度可以表示为

$$\mathbf{a}_R = K C_R \frac{S}{m} \frac{L_s}{4\pi c} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_s}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s\|^3} \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{r}_s$ 分别表示探测器和太阳在惯性系中的位置矢量;  $S/m$ 表示探测器的面质比;  $C_R$ 表示太阳辐射系数;  $c$ 表示光速;  $L_s$ 表示太阳发光度, 这里取 $3.823 \times 10^{26}$  kg·m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>;  $K$ 表示卫星所在处太阳光可见系数, 与采用的阴影模型有关。一般情况下有两种模型: 圆锥模型和圆柱模型, 当卫星处在可见光区时 $K=1$ , 当探测器在本影时 $K=0$ 。

### 3 仿真结果与分析

仿真轨道初值 $t_0=2014$ 年10月18日17:26:00,  $a=9\,296.7$  km,  $e=0.31$ ,  $i=87.600^\circ$ ,  $\Omega=73.5^\circ$ ,  $\omega=321.0^\circ$ ,  $f=0.000^\circ$ 。仿真中, 用STK (Satellite Tool Kit) 软件产生卫星精确轨道的引力学模型为 $80\times 80$ 阶火星引力场、太阳引力、火卫一引力、火卫二引力、太阳辐射光压。地球采用 $90\times 90$  GGM02C模型, 轨道计算采用数值法RKF78轨道外推, 轨道计算积分步长为5 s。这里涉及到的光影模型为圆柱模型。根据前面理论部分分析发现第三体引力摄动和光压摄动量级相对较小, 相对于非球形摄动是小量, 另外这些结果也可以参考地球卫星的相关结果, 因此把这些摄动因素联合起来综合分析。下面对比考虑火星和地球的相应摄动因素对各自环绕轨道的影响, 研究摄动因素对火星环绕段轨道的长期影响特征。

#### 3.1 仿真结果

图2~5分别显示了火星和地球在不同非球形摄动影响下轨道半长轴和偏心率误差曲线变化情况。

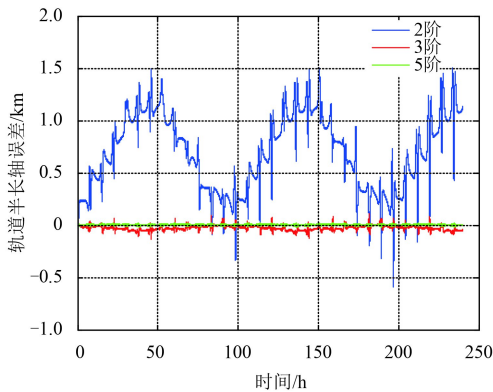


图2 火星环绕轨道半长轴误差图示

Fig. 2 Error of the semi major axis of orbit around Mars

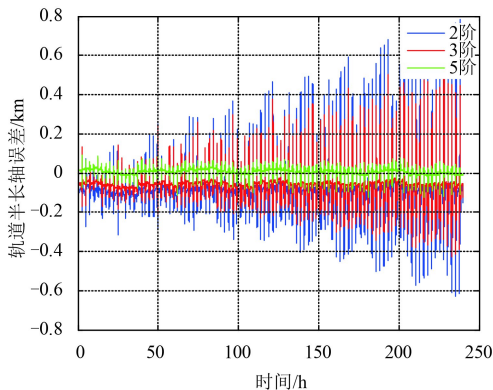


图3 地球环绕轨道半长轴误差图示

Fig. 3 Error of the semi major axis of orbit around Earth

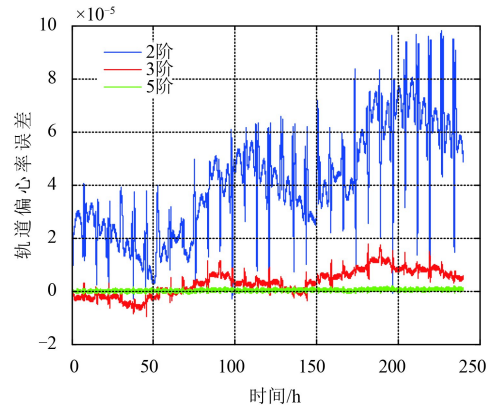


图4 火星轨道偏心率误差图示

Fig. 4 Mars orbital eccentricity error

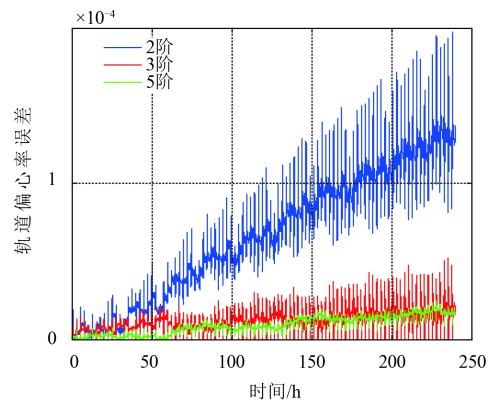


图5 地球轨道偏心率误差图示

Fig. 5 Earth orbital eccentricity error

从图2和图3可以看出, 当只考虑到2阶非球形引力情况时, 火星环绕轨道外推3 d, 半长轴误差最大值是1.5 km, 相应地球误差0.783 km; 当考虑至3阶时火星半长轴误差为0.107 km, 地球半长轴误差为0.505 km; 当考虑更高阶项至5阶时, 火星半长轴误差仅为0.023 km, 地球半长轴误差为0.089 km。外推3 d后, 火星环绕轨道和地球环绕轨道偏心率误差处在相同量级上。通过对比图2~5各种摄动情况下的结果可以发现, 火星和地球都有周期性变化特征, 但是火星半长轴和偏心率都是长周期性的变化特征更加明显。

从图6可以看出, 相对于非球形引力摄动, 太阳、火卫一和火卫二的第三体摄动和太阳光压摄动对轨道的影响很小, 外推3 d时间, 火星半长轴误差仅为0.024 km, 而地球半长轴误差为0.059 km, 这也跟前量级估计的结果一致。

图7是取非球形摄动阶数为3, 其中左边是没有考虑田谐项的影响, 从图中可以发现高阶田谐项对轨道半长轴的摄动作用很明显。

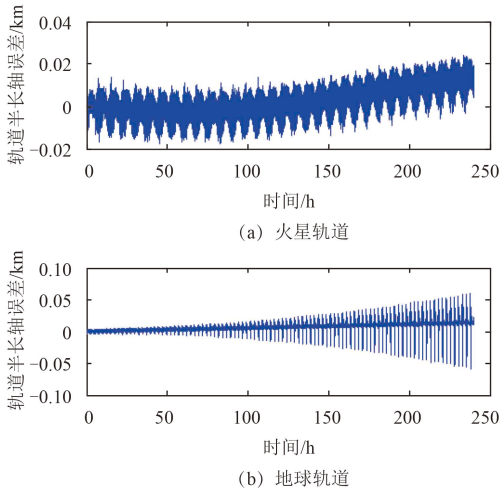


图6 第三体引力和太阳光压摄动引起的轨道半长轴误差  
Fig. 6 Orbital semimajor axis error caused by the third body gravity and solar radiation perturbation

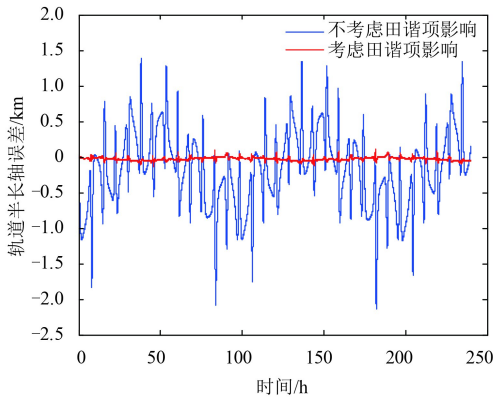


图7 田谐项影响对比图示 ( $n=3$ )  
Fig. 7 Comparison of the influence of field harmonic terms ( $n=3$ )

### 3.2 结果分析

本文通过STK仿真,研究了火星环绕段轨道长期演变特征,对比地球轨道演变规律,火星环绕轨道有不同的变化特征。

1) 对于不同轨道高度和轨道精度要求的探测任务,应该视具体背景选取相应的摄动源类型,比如对于高轨卫星还得考虑其他行星的摄动影响,对于低轨卫星还得考虑火星大气的影响;对于轨道精度要求不高的情况,非球形摄动阶数可相对减小,一般实际当中的要求是轨道外推1 d或2 d的精度需要达到 $10^{-4}$ , (即500 m)的量级,这意味着需要保留达到 $10^{-5}$ 的摄动因素,因此在一般计算中主要考虑火星非球形摄动因素即可。

2) 相对于地球,非球形摄动对火星环绕段的长周期影响更为明显,考虑2阶摄动,外推3 d半长轴变化幅值最大值达到1.5 km,考虑3阶时,误差减少至

0.107 km,而地球在相应的情况下区别却不大,这说明火星非球形引力位中高阶项对轨道的摄动量级相对于地球要大。

3) 从图2可以看出,火星非球形摄动因素对轨道半长轴和偏心率的影响主要是3阶和4阶项,当考虑至5阶时,长周期变化特征已经不十分明显。另外,根据卫星轨道理论,由于带谐项是保守力摄动,无耗散效应,轨道半长轴和偏心率均无长期变化,即轨道不会收缩,因此这里对轨道产生长周期影响的主要是高阶田谐项的影响,因而在环火段轨道设计时,高阶田谐项的影响是不能忽略的,如图7所示结果。

## 4 结论

本文结合火星引力场特性,研究了探测器在火星环绕段飞行中所受摄动因素对其长期的影响,首先针对各种摄动因素做了基本的量级估计,在此基础上经过取舍对主要摄动因素进行了理论分析和仿真计算,对今后的火星探测有一定的参考价值。本文只对摄动因素对火星环绕段轨道半长轴和偏心率的影响进行了定性估计,所得结果有一定的参考价值,至于摄动因素造成的轨道面进动等的影响需要根据具体任务设计而定,这里没有进行专门讨论。火星探测将会是未来一段时间重要空间科学探测任务之一<sup>[9-10]</sup>,本文的研究对未来火星探测卫星轨道的设计有一定的借鉴意义。

## 参 考 文 献

- [1] 吴伟仁,于登云. 深空探测技术与未来发展关键技术[J]. 深空探测学报, 2014, 1(1): 5-17.  
Wu W R, Yu D Y. Development of deep space exploration and its future key technology[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2014, 1(1): 5-17.
- [2] 黄翔宇,张洪华,王大轶,等. “嫦娥三号”探测器软着陆自主导航与制导技术[J]. 深空探测学报, 2014, 1(1): 52-59.  
Huang X Y, Zhang H H, Wang D Y, et al. Autonomous navigation and guidance for Change 3's soft landing[J]. Journal of Deep Space Exploration 2014, 1(1): 52-59.
- [3] 王大轶,黄翔宇. 深空探测自主导航与控制技术综述[J]. 空间控制技术与应用, 2009, 35(3): 6-12, 43.  
Wang D Y, Huang X Y. Survey of autonomous navigation and control for deep space exploration[J]. Aerospace Control and Application, 2009, 35(3): 6-12, 43.
- [4] 崔平远,徐瑞,朱圣英,等. 深空探测器自主技术发展现状与趋势[J]. 航空学报, 2014, 35(1): 13-28.  
Cui P Y, Xu R, Zhu S Y. State of the art and development trends of on-board autonomy technology for deep space explore[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(1): 13-28.
- [5] 刘琳,汤靖师. 大行星、月球和小天体环绕型探测器的轨道问题[J]. 航天器工程, 2012, 21(4): 5-15.

- Liu L, Tang J S. Orbits of orbiting probes around planets, moon and small celestial bodies[J]. *Spacecraft Engineering*, 2012, 21(4): 5-15.
- [6] 杨亚非, 袁幸伟. 多摄动因素对火星探测器地-火轨道设计的影响[J]. *测试技术学报*, 2011, 25(3): 189-194.
- Yang Y F, Yuan X W. Influence of multi-perturbing factors on Earth-Mars orbit design of Mars prober[J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2011, 25(3): 189-194.
- [7] 周垂红, 喻圣贤, 刘林. 火星非球形引力位田谱项联合摄动分析解[J]. *天文学报*, 2012, 53(3): 205-212.
- Zhou C H, Yu S X, Liu L. Analytical solutions of coupled perturbation of tesseral harmonic terms of Mars orbiters under nonspherical gravitational potential[J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2012, 53(3): 205-212.
- [8] 刘林, 汤靖师. 火星轨道器运动的轨道变化特征[J]. *宇航学报*, 2008, 29(2): 461-466.
- Liu L, Tang J S. Orbit variation characteristics of the Mars' orbiters[J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(2): 461-466.
- [9] 于登云, 孙泽州, 孟林智, 等. 火星探测发展历程与未来展望[J]. *深空探测学报*, 2016, 3(2): 461-466.
- Yu D Y, Sun Z Z, Meng L Z, et al. The development process and prospects for Mars exploration[J]. *Journal of Deep Space Exploration*. 2016, 3(2): 461-466.
- [10] 叶培建, 彭兢. 深空探测与我国深空探测展望[J]. *中国工程科学*, 2006, 8(10): 13-18.
- Ye P J, Peng J. Deep space exploration and its prospect in China[J]. *Engineer Science*, 2006, 8(10): 13-18.
- 作者简介:  
**李建军**(1989-), 男, 博士. 主要研究方向: 航天器自主导航与控制。  
 通信地址: 北京控制工程研究所(100090)  
 电话: 13401172683  
 E-mail: 474931055@qq.com  
**王大轶**(1973-), 男, 研究员. 主要研究方向: 航天器自主导航与控制。  
 通信地址: 北京控制工程研究所(100090)  
 E-mail: dayiwang@163.com

## The Analysis for Long-Term Influence of Perturbations on Orbit Around Mars

LI Jianjun<sup>1</sup>, WANG Dayi<sup>1,2</sup>

(1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100090, China;

2. Science and technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100090, China)

**Abstract:** Aiming at the need for the exploration of Mars in the future, the paper studies the long-term influence of perturbations on orbit around Mars. by computing magnitude, main perturbations are selected. And then mathematical model for them are constructed. Finally, numerical simulation verifies the relevant theoretical analysis. The simulation results show that the influence of non-spherical perturbations on orbit around Mars has obvious characteristics of long period, compared with the earth. This is mainly because the coefficient of the non-spherical gravitational potential harmonic terms of Mars are playing an order of magnitude than the earth due to the different mass distribution. So potential harmonic terms of Mars should be paid more attentions when designing orbit around Mars.

**Key words:** Mars; orbit round Mars; perturbations analysis; long period effect

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 任树芳]