

# 投资组合风险测度

## ——基于 FIGARCH-EVT-Copula 方法

江红莉，何建敏，庄亚明，张岳峰

(东南大学 经济管理学院，南京 211189)

**摘要：**金融资产收益率不仅具有尖峰厚尾性、异方差性,还具有长记忆性。基于此,将 FIGARCH、EVT 和 Copula 有机融合,建立 FIGARCH-EVT-Copula 模型来估计组合风险值,利用上证指数、深成指数组合进行实证研究。实证研究表明:我国股市波动确实具有长记忆性;FIGARCH-EVT-Copula 模型不仅能够准确刻画边缘分布的尖峰厚尾性、异方差性和长记忆性,而且较之于传统模型,该模型能更准确地测度投资组合风险。

**关键词：**FIGARCH；极值理论；Copula；VaR；期望损失；投资组合

中图分类号：F830.59

文献标识码：A

文章编号：1009-3370(2012)01-0044-06

### 一、问题的提出

金融时间序列,如收益率时间序列,往往具有高峰厚尾、异方差等特征,对波动率建模是过去一二十年关注的焦点,常用的模型有 ARCH 和 GARCH 等。近年来,人们更关注于高频数据、长记忆特性、重尾和多维变量的研究(雷鸣,缪柏其,2004)<sup>[1]</sup>。为了捕捉波动的长记忆性,Baillie and Bollerslev(1996)<sup>[2]</sup>通过对 S&P 复合指数的研究得出分数协整阶数  $d=0.447$ ,显著不同于 0 和 1,表明美国股市波动有长期记忆特征。Sibbertsen(2004)<sup>[3]</sup>运用基于方差的方法、标准的对数周期图法、tapered 对数周期图法以及基于小波估计的方法研究发现德国股票日收益的波动性存在长期记忆性。Wu and Shieh(2007)<sup>[4]</sup>分别用基于正态分布、 $t$  分布、有偏  $t$  分布的 FIGARCH 模型计算了债券利率期货的 VaR 值,发现计算结果比 GARCH 模型更精确。Aloui, Mabrouk(2010)<sup>[5]</sup>基于 FIGARCH、FIAPARCH、HYGARCH 等测度了能源商品市场的 VaR 和 ES。国内学者汤果、何晓群等(1999)<sup>[6]</sup>利用 FIGARCH 模型对股市收益长记忆性进行了实证分析。王春峰和张庆翠(2004)<sup>[7]</sup>应用 FIGARCH 模型实证研究了我国股市收益的长期记忆性,结果表明中国股市波动过程有长期记忆性。考虑到 Wu 没有充分考虑资产回报的厚尾性,肖智、傅肖肖等(2009)<sup>[8]</sup>建立了 EVT-POT-FIGARCH 模型动态地测度 VaR 值。

与单资产风险建模不同,投资组合风险的建模

不仅要准确地对边缘分布建模,还要刻画金融资产间的相关结构。Copula 被认为是刻画金融资产相关结构的一种新方法,它将边缘分布与变量间的相关结构分开来研究,使得对问题的分析更加灵活。自从 Embrechts(1999)<sup>[9]</sup>将 Copula 引入到金融领域后,Copula 在风险测度领域取得了一系列的成果。Jondeau 等(2006)<sup>[10]</sup>、Huang 等(2009)<sup>[11]</sup>基于 Copula-GARCH 模型测度了投资组合的风险。Beatrix 和 Nikolai(2008)<sup>[12]</sup>基于 FIGARCH-Copula 模型研究了新兴市场的尾部相依结构。由于极值理论(EVT)只注重对分布尾部建模,不需要对整个资产组合收益分布作假设,降低了模型风险的同时也能较精确地估计极端事件发生所带来的风险损失,一些学者将 GARCH、EVT 与 Copula 结合,研究投资组合的动态风险。Wang 等(2010)<sup>[13]</sup>基于 GARCH-EVT-Copula 模型研究了外汇组合的 VaR 和 CVaR。应益荣和詹炜(2007)<sup>[14]</sup>基于 Copula-EVT 模型研究了资产组合的 ES。傅强、邢琳琳(2009)<sup>[15]</sup>基于 Copula-EVT 模型测度了投资组合的 CVaR。尽管 Copula 在风险建模中应用地如火如荼,但在用 Copula 对投资组合建模时大多数没有考虑边缘分布的长记忆性,在测度投资组合风险时可能有失偏颇,尤其是当边缘分布确实存在长记忆性时。

鉴于金融资产具有尖峰厚尾性、异方差性以及长记忆性,为了更准确地测度投资组合的风险,本文将 FIGARCH、EVT 和 Copula 有机融合,提出基于 FIGARCH-EVT-Copula 的投资组合风险测度模型。

收稿日期：2010-12-14

基金项目：国家自然科学基金资助项目“流动性调整期望损失 La-ES 和最优变现策略”(70671025/G0115)

作者简介：江红莉(1982—),女,博士研究生。E-mail:jhl20052008@126.com

建模基本思路如下：首先，基于修正的 R/S, GPH(罗登跃, 王玉华, 2005)<sup>[16]</sup>检验投资组合中单资产收益率波动的长记忆性，如果具有长记忆性，就用 FIGARCH 建模，否则就用一般的 GARCH 建模，提取标准化残差；接着，基于 EVT 对标准化残差的尾部分布建模。其次，寻找最优的 Copula 模型刻画边缘分布间的相依结构；然后，采用 Mont Carlo 方法模拟投资组合的收益率序列，计算投资组合的 VaR 和 ES。最后，基于 Kupiec 检验法检验模型预测效果，并与不考虑长记忆性的 GARCH-EVT-Copula 模型预测效果进行比较研究。

## 二、测度模型

### (一) FIGARCH 模型

金融时间序列的一个显著特点是存在条件异方差，Engle 于 1982 年提出自回归条件异方差(ARCH)模型来刻画时间序列的条件二阶矩，并通过条件异方差的变化来刻画波动的时变性及聚集性。Bollerslev 将 ARCH 进行扩展，提出了广义 ARCH 模型，即 GARCH

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim i.i.F(\cdot) \\ \sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \beta_i \sigma_{t-i}^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中， $p \geq 0; q \geq 0; w \geq 0; \alpha_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, q); \beta_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, p)$ 。

式(1)称为 GARCH( $p, q$ )模型。均值项  $\mu_t$  一般用自回归移动平均过程 ARMA 模型进行拟合，滞后阶数一般根据自相关图和偏自相关图以及 AIC、SC 等确定。不同的  $z_t$  分布  $F(\cdot)$  可以得到不同的 GARCH 模型，常见的有标准正态分布  $N(0, 1)$ 、 $t$  分布、广义误差分布(GED)。

如果式(1)中条件方差  $\sigma_t^2$  由模型式(2)表示

$$\sigma_t^2 = w + \beta(L) \sigma_t^2 - [1 - \beta(L) - \phi(L)(1-L)^d] \varepsilon_t^2 \quad (2)$$

那么，式(1)就称为 FIGARCH( $p, d, q$ )，其中， $L$  是滞后算子； $\phi(L)$  和  $\beta(L)$  称为滞后算子多项式；

$$\phi(L) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j L^j; \beta(L) = 1 - \sum_{j=1}^q \beta_j L^j; d \text{ 是分数协整阶数}$$

$(0 \leq d \leq 1)$ 。Baillie 等人指出，当  $0 < d < 1$  时， $\varepsilon_t^2$  的分数差分形式  $(1-L)^d \varepsilon_t^2$  服从 ARMA 过程，此时  $\phi(L)$  和  $\beta(L)$  的系数能捕捉波动的短期记忆，分数系数  $d$  能反映波动的长期记忆性；当  $d=0$  时，FIGARCH 模型就变为 GARCH 模型；当  $d=1$  时，FIGARCH 就变为 IGARCH 模型。

### (二) 极值理论(EVT)

一元极值分布理论包括 BMM (Block Maxima Model) 和 POT(Peaks Over Threshold)，前者主要是对组最大值建模，需要采用大量的数据；后者则是对观察值中所有超过某一较大阈值的数据建模，能有效地使用有限的极端观察值，因此通常被认为在实践中是最有用的。本文采用 POT 进行建模。

基于 EVT 建模时，必须要求收益率序列是独立同分布的。首先采用 FIGARCH 模型对收益率序列建模，提取标准化的残差  $z_t$ 。假设  $F(z)$  为  $Z(z_t)$  所对应的随机变量的分布函数， $u$  为阈值， $z-u$  表示超额值，其超额分布函数记为

$$F_u(y) = P(Z-u \leq y | Z>u) = \frac{F(z)-F(u)}{1-F(u)} \quad (3)$$

对于条件超额分布函数  $F_u(y)$ ，存在一个广义 pareto 分布函数  $GDP_{\xi, \beta}(y)$  使得  $F_u(y) \approx GDP_{\xi, \beta}(y)$ ，即对于充分大的阈值  $u$ ，超额值的分布函数可以用广义 Pareto 分布(GPD)近似。即

$$GDP_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\beta})^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-\frac{y}{\beta}) & \xi = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中， $\xi$  是形状参数； $\beta$  是尺度参数； $\xi > 0$  表示是厚尾的，当  $\xi < 0$  时， $0 \leq x \leq -\beta/\xi$ 。

阈值  $u$  的确定是 GPD 估计的关键，常用的有平均超额函数法(Mean Excess Function, MEF)和 Hill 图法两种方法。

由于下跌风险普遍受关注，所以本文只考虑下尾阈值。将基于阈值  $u$  的  $z_t$  的分布定义为

$$F_{\xi, \beta}(z) = \begin{cases} P(z) & z < u \\ 1 - \frac{n}{n} (1 + \xi \frac{z-u}{\beta})^{-1/\xi} & z \geq u \end{cases} \quad (5)$$

其中， $P(z)$  是经验分布函数(也可以用其他分布来描述，因为极值理论关心的是尾部数据的拟合，所以对中间数据的分布拟合没有任何要求)。

### (三) Copula 函数

Copula 函数能够很好地拟合变量之间复杂的非线性相关性，并且不依赖于边际分布，在现代风险管理领域中得到了越来越多的应用。常见的 Copula 函数有 Gaussian Copula、 $t$ -Copula、Clayton Copula、Gumbel Copula、Frank Copula 等。Gaussian Copula、 $t$ -Copula 和 Frank Copula 函数分布可以用来描述变量间对称的相关模式，但  $t$ -Copula 函数分布更强调尾部相关性；Clayton 和 Gumbel Copula 函数可以用来描述变量间非对称的相关模式，不同的是，前者更强调下尾的相关性，而后者更强调上尾

的相关性。Copula 函数估计最常用的是两阶段极大似然估计法。

关于 Copula 模型的检验和评价,常用的有  $K-S$  检验和  $Q-Q$  图以及拟合度( $\chi^2$ )检验。本文根据拟合的理论分布与经验分布的“距离”定义类似  $\chi^2$  检验的统计量  $K$ ,定义联合分布的频率分布  $P_N(r_1, \dots, r_N)$ ,设  $\hat{C}(u_1, \dots, u_N)$  是估计的理论分布值,  $K$  定义为

$$K = \sum_{t=1}^T \frac{(\hat{C}(u_1, \dots, u_N) - P_N(r_1, \dots, r_N))^2}{P_N(r_1, \dots, r_N)} \quad (6)$$

选择最小的  $K$  值所对应的 Copula 作为最优拟合函数  $\hat{C}^*(u_1, \dots, u_N)$ 。

#### (四) 基于 Monte Carlo 的投资组合 VaR 和 ES 计算

求出投资组合的边缘分布和金融资产的相关结构即 Copula 函数后,采用 Monte Carlo 模拟法计算投资组合的 VaR 和 ES。具体的步骤如下:

1. 根据最优的拟合函数  $\hat{C}^*(u_1, \dots, u_N)$ ,生成  $N$  个独立且均服从  $(0, 1)$  上均匀分布的时间序列  $v_{i,t}, i=1, 2, \dots, N$ 。

2. 模拟各金融资产的收益率。

根据式(5)估计所得的边缘分布的分布函数  $F_{\xi_i, \beta_i} (i=1, 2, \dots, N)$ ,运用  $F_{\xi_i, \beta_i}$  的反函数将  $v_{i,t} (i=1, 2, \dots, N)$  转换为标准化残差序列  $z_{i,t}$ ,即  $z_{i,t} = F_{\xi_i, \beta_i}^{-1}(v_{i,t})$ ,然后根据式(1)求得相应的  $r'_{i,t} (i=1, 2, \dots, N)$ ,即得到与原收益率序列具有相同相关性的模拟数据。

3. 计算投资组合未来的收益率。根据权重  $w_i$ ,计算投资组合的收益率  $r_t$

$$r_t = \sum_{i=1}^N (\log(1+e^{r'_{i,t}}) - 1) w_i \quad (7)$$

表 1 上证指数和深成指数收益率的描述性统计量

指数	平均值	标准差	偏度	峰度	J-B 检验	ARCH 效应	Ljung-Box Q 统计量	ADF
shzh	-0.000 62	0.019 83	0.372 04	5.512 33	395.904 9 (0.000 0)	5.231 47 (0.000 0)	11.247 3 (0.002 4)	-35.390*** (0.000 0)
shch	-0.000 97	0.021 92	0.392 68	4.886 69	240.838 0 (0.000 0)	5.614 78 (0.000 0)	7.277 9 (0.001 1)	-36.929*** (0.000 0)

注:()内的数值表示相伴概率  $P$ , ARCH 效应检验给出的是滞后 20 阶的检验结果;\*\*\* 表示 1% 的显著水平。

#### (二) 边缘分布建模

分别对上证指数和深成指数收益率的平方序列进行长记忆性检验,检验结果表明,在 1% 的检验

4. 计算投资组合的 VaR 和 ES。只要模拟次数足够多,即  $t$  足够大,那么置信水平  $\alpha$  下的风险值  $VaR_{t+1}^\alpha$  可以用序列  $\{r_t\}$  的  $\alpha$  分位数近似,即  $VaR_{t+1}^\alpha = \text{quantile}(-r_t)$ (quantile 表示分位数)。根据 ES 的定义,  $ES_{t+1}^\alpha$  可以近似为

$$ES_{t+1}^\alpha \square \text{mean}(-r_t | -r_t \geq VaR_{t+1}^\alpha) \quad (8)$$

其中,  $\text{mean}(\cdot)$  是均值函数。

### 三、实证分析

#### (一) 基本统计分析

本文以上证指数(shzh)、深成指数(shch)以及由它们构成的投资组合为研究对象,样本时间范围为 2005 年 1 月 4 日到 2010 年 11 月 30 日,其中,2005 年 1 月 4 日到 2009 年 12 月 31 日共 1216 组数据用于估计模型参数,2010 年 1 月 4 日到 2010 年 11 月 30 日共 218 组数据用于 Kupiec 检验。所有数据来源于 wind 数据库,数据处理及参数估计采用软件 S-plus 8.0 和 Matlab 7.0。

将指数每日的收盘价记为  $P_t$ ,将指数在第  $t$  个交易日的收益率定义为  $r_t = \log(P_t/P_{t-1})$ 。由表 1 可知,在样本观察期间内,上证指数和深成指数的平均收益均为负,几乎为零。收益率偏度统计值均为正,意味着收益率存在着上升的可能性。峰度统计量表明,各股票收益分布具有比正态分布更厚的尾部特征。 $J-B$  检验统计量的值及其相伴概率,表明上证指数和深成指数收益率均不服从正态分布,上证指数和深成指数均具有“尖峰厚尾”的特征。对两收益率进行 Engle's ARCH/GARCH 效应检验,结果表明两收益率序列都具有明显的条件异方差性。单位根 ADF 检验表明,两个收益率序列均不存在单位根,是平稳的。

表 2 上证指数和深成指数收益率波动的长记忆性检验

序列	修正的 R/S	GPH 检验	结论
shzh	4.173 5**	$d=0.458 1$ (3.717)**	不能拒绝存在长记忆性的零假设
shch	3.993 8**	$d=0.507 9$ (4.121)**	不能拒绝存在长记忆性的零假设

注:\*\* 表示在 1% 的水平下是显著的;()里的值是 GPH 检验的统计量的值。

水平下,是显著的,即两序列的波动均具有长记忆性,如表 2 所示。

进一步对两收益率序列进行 GARCH (1,1)- $t$

表 3 上证指数和深成指数的 GARCH(1,1)- $t$  估计结果

GARCH- $t$	$\mu$	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	DoF
shzh	-0.0018 (-4.3515)	-0.0000 (2.1072)	0.0671 (4.7091)	0.9275 (62.2437)	5.2711 (6.4313)
shch	-0.0018 (-3.8120)	-0.0000 (2.1618)	0.0642 (4.5919)	0.9285 (63.4893)	5.9615 (5.6808)

建模,参数估计结果如表 3。

由表 3 可知,GARCH(1,1)- $t$  模型的  $\alpha+\beta$  几乎为 1,进一步验证了两收益率序列存在记忆性。由表 2 和表 3 可知,上证指数和深成指数都适合用 FIGARCH( $p,d,q$ )建模,如同 GARCH( $p,q$ )模型常

用 GARCH (1,1) 模型代替一样,本文也选择 FIGARCH (1, $d$ ,1) 模型对上证指数和深成指数建模。采用极大似然估计方法,借助于 S-plus 8.0 软件,估计 FIGARCH(1, $d$ ,1) -skewed  $t$  模型的参数,结果见表 4。

表 4 FIGARCH(1, $d$ ,1)-skewed  $t$  模型的参数估计结果

序列	$\mu$	$\omega$	$d$	ARCH	GARCH	Asymmetry	DOF
shzh	-0.0011 (-2.2042)	0.0678 (1.5840)	0.5524 (3.2851)	0.2356 (2.8836)	0.7309 (6.0594)	0.1279 (3.5387)	5.5837 (6.8125)
shch	-0.0011 (-2.1565)	0.0951 (1.6463)	0.5334 (3.2748)	0.2539 (3.1912)	0.7304 (6.5409)	0.1233 (3.3000)	6.2070 (6.3321)

注:()里的数值表示参数估计的  $t$  值。

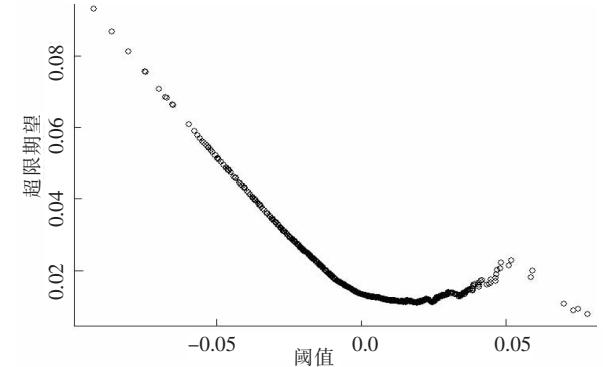
由表 4 可知,上证指数和深成指数的分位数协整阶数  $d$  都是显著的不等于 0,说明我国股市具有长记忆性,并且有  $d_{\text{shzh}} > d_{\text{shch}}$ 。对上证指数和深成指数的标准化残差序列进行 Ljung-Box  $Q$  检验,结果见表 5。由表 5 可知,滞后 5 阶和 10 阶,标准化残差序列不存在自相关和 ARCH 效应,说明采用 FIGARCH(1, $d$ ,1)-skewed  $t$  对边缘分布建模是合适的。

表 5 标准化残差的 Ljung-Box  $Q$  和 ARCH 检验

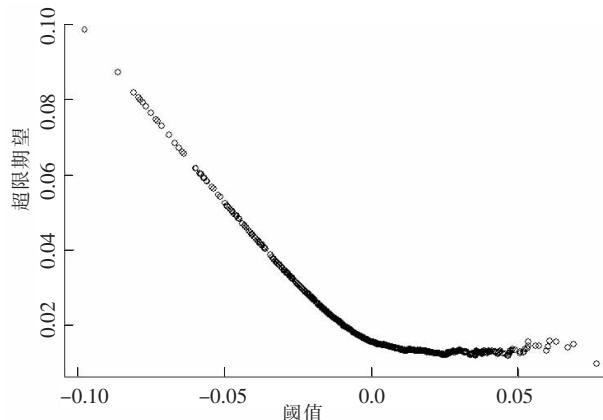
序列	滞后阶数	5	10
shzh	Ljung-Box $Q$	0.5276 (0.9127)	5.9343 (0.6546)
	ARCH	0.0994 (0.9222)	0.5821 (0.8297)
shch	Ljung-Box $Q$	2.6814 (0.4433)	7.1378 (0.5218)
	ARCH	0.5194 (0.7617)	0.7126 (0.7132)

分别对两指数的标准化残差序列,基于 MEF(平均超额函数图)确定阈值  $u_{\text{shzh}}$  和  $u_{\text{shch}}$ 。由图 1 可知,对于上证指数,当  $u_{\text{shzh}}$  在 -0.02 左右时,MEF 呈现一条直线;对于深成指数,当  $u_{\text{shch}}$  在 -0.017 左右时,MEF 呈现一条直线,但是并不能确定精确的阈值。应用试算的方法,分别让  $u_{\text{shzh}}$  和  $u_{\text{shch}}$  在 -0.017 到 -0.025 之间变化,按照 Neftci(2000)<sup>[17]</sup>,选择数据量在 10%~15% 之间的阈值,并结合对数似然函数值确定  $u_{\text{shzh}}$  和  $u_{\text{shch}}$ ,最终确定  $u_{\text{shzh}} = -0.02$  (数据量为 12.36%), $u_{\text{shch}} = -0.02$  (数据量为 13.73%)。

由于尾部数据相对较少,为了增加估计的精确度,本文将 Bootstrap 方法和极大似然估计法相结合估计 GPD 的参数。Bootstrap 方法是由 Efron 在 1979 年首先提出的,该方法的基本思想是把可获得的初始样本看作一个总体,从中重复随机抽样,得到



a 上证指数标准化残差的经验超额函数图

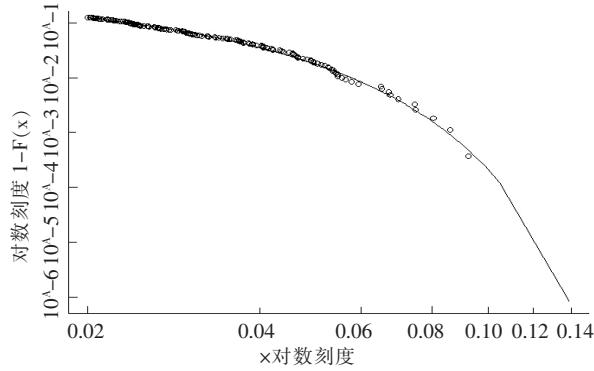


b 深成指数标准化残差的经验超额函数图

图 1 经验超额函数图

Bootstrap 再抽样样本,然后进行统计量的估计,对于很多统计量已被证明 Bootstrap 方法满足大样本的相合性(叶五一,等,2004)<sup>[18]</sup>。参数估计结果为: $\xi_{\text{shzh}}=0.1482$ , $\beta_{\text{shzh}}=0.0827$ , $\xi_{\text{shch}}=0.0997$ , $\beta_{\text{shch}}=0.0107$ 。 $\xi_{\text{shzh}} < \xi_{\text{shch}}$ ,说明上证指数的尾部比深成指数的尾部薄,与表 1 中 JB 统计量显示的结果一致。上证指数和深成指数的标准化残差的尾部分布拟合图及 QQ

图(图 2、图 3)也表明模型拟合的较好。



a 尾部分布拟合图

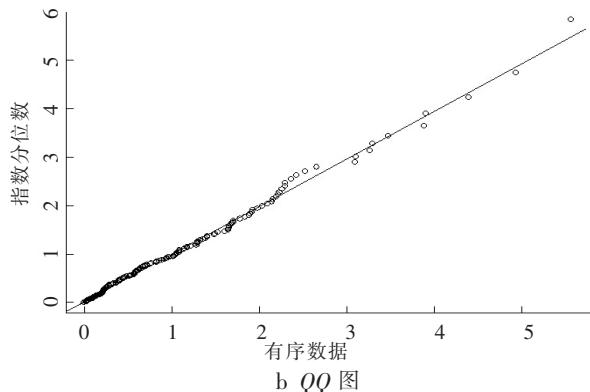
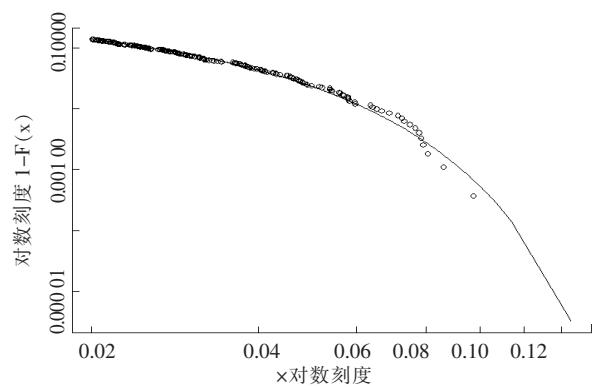


图 2 上证指数标准化残差的尾部分布拟合图及 QQ 图



a 尾部分布拟合图

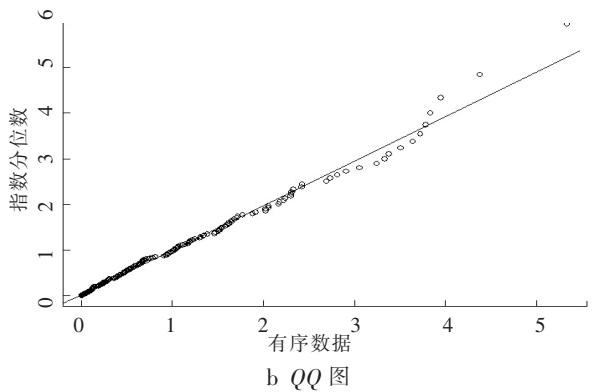


图 3 深成指数标准化残差的尾部分布拟合图及 QQ 图

### (三)Copula 模型的参数估计及投资组合的 VaR 和 ES 计算

对两指数的标准化残差序列,根据式(5)进行概率

积分变换,得到在(0,1)上服从均匀分布的时间序列,并基于极大似然估计法,分别估计 Gauss Copula、 $t$ -Copula、Clayton Copula、Frank Copula、Gumbel Copula 函数的参数,并基于  $K$  统计量选择最优的 Copula 函数。参数估计结果及相应的  $K$  统计量如表 6 所示。

表 6 参数估计结果及 Copula 拟合优度检验

Copula 类型	Gaussian	$t$	Clayton	Frank	Gumbel
参数	0.918 2	0.920 3, 4.233 1	3.477 2	13.951 6	3.952 8
$K$ 统计量	0.031	0.014	0.063	0.071	0.028

根据  $K$  统计量的值,选择最优的 Copula 为  $t$ -Copula, 参数估计的结果为  $R = \begin{pmatrix} 1 & 0.920 & 3 \\ 0.920 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\text{DoF}=4.233$  (自由度)

为简便起见,假设投资组合中上证指数和深成指数的权重为  $w=(0.5, 0.5)$ ,计算 95% 和 99% 置信度下的投资组合 VaR 和 ES,为了进行对比分析,也给出基于 GARCH-EVT-Copula 计算的结果,见表 7。由表 7 可知,GARCH-EVT-Copula 模型会低估风险。

表 7 投资组合 VaR 和 ES 的计算结果

模型	99% VaR	95% VaR	99% ES	95% ES
GARCH-EVT-Copula	0.046 3	0.033 7	0.055 2	0.042 2
GARCH-EVT-Copula	0.044 7	0.031 1	0.053 4	0.040 5

进一步检验模型效果,在置信度为 99% 和 95% 下,分别基于 FIGARCH-EVT-Copula 模型和 GARCH-EVT-Copula 模型预测了 2010 年 1 月 4 日到 2010 年 11 月 30 日的日 VaR,并得出了 218 个交易日内失败的天数和失败率(表 8)。由 Kupiec 的失败频率检验法可知,Kupiec 检验法的置信域内,失败的天数越少,模型就越好。

表 8  $T=218$  时的上证指数和深成指数 VaR 模型的失败次数及失败率

模型	FIGARCH-EVT-Copula	GARCH-EVT-Copula	99% VaR	95% VaR
置信水平	99% VaR	95% VaR	99% VaR	95% VaR
失败天数	8	5	11	7
失败率	0.037	0.023	0.05	0.032

由表 8 可以看出,95% 的置信度下两个模型的预测效果均比 99% 的置信度下好,但无论是 95% 的置信度还是 99% 的置信度,FIGARCH-EVT-Copula 的预测效果要优于 GARCH-EVT-Copula 模型,主要原因是 FIGARCH 模型能捕捉到收益率序列的长记忆性,能更准确地估计收益率的条件方差。

## 四、结论

本文建立了 FIGARCH-EVT-Copula 的投资组合风险测度模型,该模型有效地融合了 FIGARCH、

EVT 和 Copula 各自在测度风险的优越性:FIGARCH 能捕捉波动的长记忆性, 这是一般 GARCH 族所不具备的;EVT 只是对尾部建模, 能准确地刻画分布厚尾性;Copula 能灵活地度量边缘分布间的相关结构, 是投资组合风险建模的有力工具。将上证指数和深成指数以等权重的方式构成投资组合, 基于 FIGARCH-EVT-Copula 模型进行了实证研究。实证

结果表明:无论是上海股票市场还是深圳股票市场, 其对市场冲击的影响具有持续性, 前者对冲击的记忆时间略长于后者。比较 FIGARCH-EVT-Copula 与 GARCH-EVT-Copula 模型预测 VaR 的效果, 发现, 前者的预测效果比后者好, 主要是因为前者更能准确地刻画收益率波动的长记忆性特征。

#### 参考文献:

- [1] 雷鸣, 缪柏其. 运用生存分析与极值理论对上证指数的研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2004(11): 130-137.
- [2] Baillie R T, Bollerslev T, MIK Kelsen H O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1996, 74(1): 3-30.
- [3] Sibbertsen P. Long memory in volatilities of German stock returns[J]. Empirical Economics, 2004, 29(3): 477-488.
- [4] Wu P T, Shieh S J. Value-at-risk analysis for long-term interest rate futures: fat-tail and long memory in return innovations[J]. Journal of Empirical Finance, 2007, 14(2): 248-259.
- [5] Aloui C, Mabrouk S. Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models[J]. Energy Policy, 2010, 38(5): 2326-2339.
- [6] 汤果, 何晓群, 顾岚. FIGARCH 模型对股市收益长记忆性的实证分析[J]. 统计研究, 1999(7): 39-42.
- [7] 王春峰, 张庆翠. 中国股市波动性过程中的长期记忆性实证研究[J]. 系统工程, 2004, 22(1): 78-83.
- [8] 肖智, 傅肖肖, 钟波. 基于 EVT-POT-FIGARCH 的动态 VaR 风险测度[J]. 南开管理评论, 2008, 11(4): 100-104.
- [9] Embrechts P, Meneil A, Straumann D. Risk management: value at risk and beyond [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 176-223.
- [10] Jondeau E, Rockinger M. The Copula-GARCH model of conditional dependencies: an international stock market application [J]. Journal of International Money and Finance, 2006, 25(5): 827-853.
- [11] 韦艳华, 张世英. 金融市场的相关性分析——Copula-GARCH 模型及其应用[J]. 系统工程, 2004, 22(4): 7-12.
- [12] Mendes B V M, Kolev N. How long memory in volatility affects true dependence structure [J]. International Review of Financial Analysis, 2008, 17(5): 1070-1086.
- [13] Wang Z R, Chen X H, Jin Y B, Zhou Y J. Estimating risk of foreign exchange portfolio: using VaR and CVaR based on GARCH-EVT-Copula model [J]. Physica A, 2010, 389(21): 4918-4928.
- [14] 应益荣, 詹炜. 资产组合 ES 风险测度的 Copula-EVT 算法[J]. 系统管理学报, 2007, 16(6): 602-606.
- [15] 傅强, 邢琳琳. 基于极值理论和 Copula 函数的条件 VaR 计算[J]. 系统工程学报, 2009, 24(5): 531-537.
- [16] 罗登跃, 王玉华. 上海股市收益率和波动性长记忆特征实证研究[J]. 金融研究, 2005(11): 109-116.
- [17] Neftci S N. Value at risk calculation, extreme events, and tail estimation[J]. Journal of Derivatives, 2000, 7(3): 23-38.
- [18] 叶五一, 缪柏其, 吴振翔. 基于 Bootstrap 方法的 VaR 计算[J]. 系统工程学报, 2004, 19(5): 528-531.

## The Research on Portfolio Risk Measurement Based on FIGARCH-EVT-Copula

JIANG Hongli, HE Jianmin, ZHUANG Yaming, ZHANG Yuefeng

(School of Economics & Management, Southeast University, Nanjing 211189, China)

**Abstract:** It is well known that financial equity has sharp-peaks, fat-tails, heteroskedasticity and long memory. Considering these three features, this article constructs a risk measure model based on the FIGARCH-EVT-Copula for financial portfolio. The VaR and ES risk measure based on the FIGARCH-EVT-Copula is applied on the portfolio, which is composed by Shanghai Stock index and Shenzhen Component Index equal weight. The empirical results show that there is apparent long memory property in Chinese stock market. The results also show that, the model of FIGARCH-EVT-Copula really can capture the properties of sharp-peaks, fat-tails, heteroskedasticity and long memory, and proves that the model of FIGARCH-EVT-Copula is more efficiency than traditional model in measure the portfolio risk whose marginal distribution has the property of long memory.

**Key words:** FIGARCH; EVT; Copula; VaR; ES; portfolio

[责任编辑: 孟青]